

METODA I OPROGRAMOWANIE DO OCENY WIELOKRYTERIALNEJ I WIELOPOZIOMOWEJ DECYZJI W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI ROZMYTEJ

Prof. Nadzw. Dr. Inż. Paweł Sewastianow
Student 5 roku informatyki Paweł Figat
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki
Instytut Matematyki i Informatyki
Politechnika Częstochowska
ul. Dąbrowskiego 73 42-200 Częstochowa
sevast@k2.pcz.czyst.pl

Streszczenie.

Wszyscy doskonale zdajemy sobie sprawę jak często w życiu pojawiają się przed nami różne wybory i decyzje oraz jak ciężko wybrać spośród nich tą najlepszą. Zwłaszcza wtedy, gdy chodzi o pieniądze. Problem ten pojawia się w prawie każdej dziedzinie naszego życia, ale skoncentrujemy się na takich dziedzinach jak działalność banków, funduszy inwestycyjnych, optymalizowany wybór jednego, najlepszego projektu inwestycyjnego.

W niniejszej pracy przedstawiono powstające przy ocenie jakości projektów.

Przedstawiono także metody umożliwiające eliminację tych problemów. Wyniki teoretyczne zilustrowano przykładami rozwiązań konkretnych problemów praktycznych.

1. Problemy powstające przy ocenie jakości projektów

1.1. Problem, który często pojawia się podczas oceny projektów to **różna wielkość pomiarów**. Przykładowo podczas porównywania projektów jedno z kryteriów mierzone jest w miesiącach, a inne w procentach czy w walucie. Dla osoby porównującej stanowi to poważny problem zwłaszcza w połączeniu z problemem wielokryterialności, gdy mamy do porównania wiele różnych pomiarów i wyciągnąć z nich wnioski, co do podjęcia dalszej decyzji.

1.2. Przed dylematem stajemy także wówczas, gdy mamy do czynienia z parametrami **jakościowymi** (mogą być mierzone bezpośrednio) i **ilościowymi** (mogą być przedstawione werbalnie), a w praktyce często odgrywają główną rolę w procesie podejmowania decyzji. Wiadomym jest, że

wygodniejsze jest używanie lingwistycznych ocen parametru. Dla przykładu, wyrażenie zakresu parametru "kwalifikacje" jest oceniane przez znawców poprzez zastosowanie skali werbalnej: "niskie", "zadowolające", "dobre", lub parametru "ingerencje w środowisko naturalne" poprzez: "niskie", "zadowolające", "wysokie", itd.

1.3. Następną trudnością jest **nierównoważność** kryteriów używanych w ocenie jakości projektów. Problem ten wiąże się z oceną ważności szczegółowych parametrów w sposób ilościowy i stosunkowy (ilościowa ocena rangi). W wielu przypadkach człowiek nie jest zdolny ocenić wielu parametrów bezpośrednio za pomocą liczbowej wartości z pewnym dopuszczalnym błędem (w naszym przypadku jest to współczynnik względnej ważności albo ranga kryterium). Często wyniki pracy przedstawiane są w postaci opisów czy opowiadań, bez stosowania liczb. W tym samym przypadku podczas porównania dwóch alternatyw człowiek jest zdolny zdefiniować odpowiednio, która z nich jest bardziej wyrazista, a która mniej oraz w wielu przypadkach może ocenić dokładnie (ustnie) różnicę między wartościami dwóch alternatyw.

1.4. Głównym problemem, jaki pojawia się podczas podejmowania decyzji jest wielokryterialność oceny, do której używa się często kilkudziesięciu parametrów. Czyli istnienie wielu przesłanek, zmiennych, które mają wpływ na to, co chcemy osiągnąć. Możliwości człowieka w podejmowaniu decyzji na podstawie wielu parametrów są bardzo ograniczone.

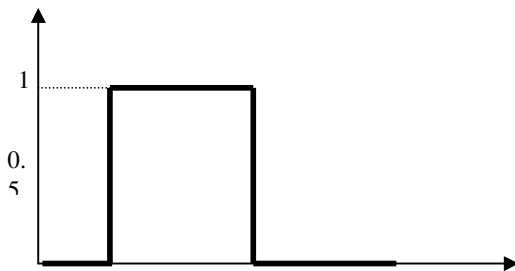
1.5. Znacznym problemem jest również wielopoziomowość oceny. W przypadku, kiedy każdy nowy poziom powstał na podstawie grupy parametrów niższego rzędu, połączonych w sensowny i dość uzasadniony sposób.

2. **Metoda rozwiązywania.** Celem tego referatu jest przedstawienie metody rozwiązującej kwestie podejmowania decyzji w warunkach, kiedy mamy do czynienia z wyżej wymienionymi problemami.

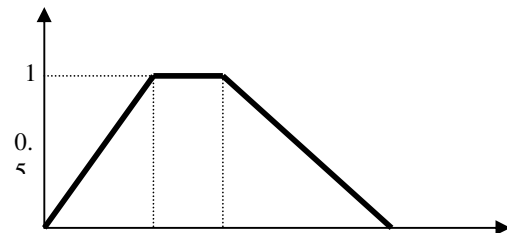
2.1 **Formalizacja kryteriów szczegółowych przedstawionych na poziomie ilościowym oraz jakościowym.** Z dwoma pierwszymi problemami (różne jednostki pomiarowe, istnienie parametrów jakościowych i ilościowych), możemy zwyciężyć dzięki wprowadzeniu aparatu funkcji przynależności. Funkcje te w przypadku zadań optymalizacyjnych lub wspomagających decyzje możemy rozpatrywać jako funkcje przydatności, pożyteczności wartości parametrów. Używamy ich w celu formalizacji określonych kryteriów. Funkcje te przybierają wartości od 0 w polu niedopuszczalnych wartości (z punktu widzenia parametru) do maksymalnej wartości, która jest równa 1 w polu najlepszych wartości parametru.

2.2. **Główne sposoby budowania funkcji przynależności kryteriów szczegółowych**

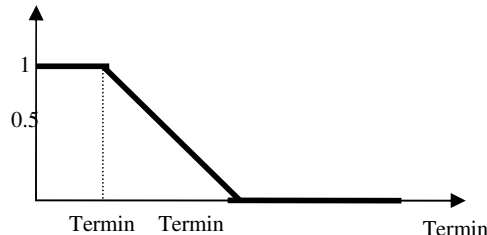
a)



b)

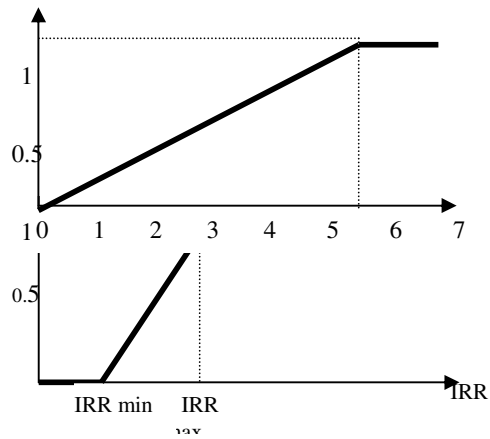


c)



d)

e)



a)-d) typowe formy kryterium

e) funkcja przynależności kryterium zadanego werbalnie

2.3 **Wyliczenie współczynników względnej ważności – rang.** Z nierówną ważnością kryteriów możemy sobie poradzić dzięki użyciu rang, czyli współczynników względnej ważności obliczanych na bazie macierzy porównań

(dwuwymiarowych porównań). W macierzy porównań parzystych porównań umieszczane są wyniki porównania każdej pary parametrów.

Oto lingwistyczne oceny parzystych porównań szczegółowych kryteriów i ich liczbowe wartości:

Dwa kryteria są identyczne - 1

Umiarkowana wyższość pierwszego parametru nad drugim - 3

Istotna wyższość pierwszego parametru nad drugim - 5

Znacząca wyższość pierwszego parametru nad drugim - 7

Nadzwyczaj silna wyższość pierwszego parametru nad drugim - 9

Pośrednie wartości znaczenia - 2,4,6,8

Zmiana kolejności porównywanych kryteriów jest oceniana jako odwrotność przypisanej liczbowej wartości w przypadku zgodnej kolejności, tzn.

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$$

Oto prosty przykład wypełnienia macierzy parzystych porównań (macierz dwuwymiarowych porównań) dla kryteriów X,Y,Z

X jest niewiele silniejsze niż Y, są prawie takie same
 Y jest niewiele silniejsze niż Z, są prawie takie same
 X jest sporo silniejsze niż Z

	X	Y	Z
X	1	3	7
Y	1/3	1	3
Z	1/7	1/3	1

Tabela1. Sposób wypełniania macierzy porównań

2.4 Definicja współczynników wzajemnej ważności pojedynczych kryteriów. Dla określenia współczynnika wzajemnej ważności proponuje się wykorzystać dobrze znaną metodę T. Satty'ego. Przyjmijmy, że $a_i > 1$, $i = 1, \dots, N$ jako całkowity zakres kryteriów. Rozważmy macierz wzajemnych porównań $A = \{a_{ij}\}$. Jest oczywiste, iż jeśli pomnożymy macierz A od prawej strony przez wektor o nieznanach parametrach, $W = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ otrzymamy $AN=AW$. W ten sposób, jeśli macierz A jest znana znalezienie kategorii W będzie ograniczać się do rozwiązania równań algebraicznych. W praktyce jednak elementy macierzy będą podwójnymi zmiennymi wzajemnej ważności kryteriów ustalonych jako baza subiektywnych preferencji tj. nie precyzyjnych. Dlatego T. Satty proponuje rozwiązanie równania $AW = \lambda W$, gdzie λ jest maksymalną wartością własną macierzy A. Obecnie dowodzi się, że zdefiniowanie wektora W może ograniczać się do problemu minimalizacji funkcji:

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (A_{ij} a_j - a_i)^2 \rightarrow \min;$$

$$\text{z ograniczeniem } \sum_{i=1}^N a_i = N;$$

Problem wyznaczenia współczynników a_i został rozstrzygnięty za pomocą standardowej metody Lagrange'a. Metoda Satty'ego oparta jest przede wszystkim na parametrach jakościowych. W przypadku parametru ilościowego, powoływany jest ekspert, który werbalnie ocenia dany parametr według 9 stopniowej skali. W tym momencie następuje strata informacji poprzez nie zawsze trafną ocenę. W naszej metodzie nie dopuszczamy

do straty cennych informacji. Zamieniamy parametr (informację) ilościowy na zbiór rozmyty, budujemy funkcję przynależności, którą dalej wykorzystujemy.

2.4. Budowa ogólnego kryterium uogólniającego jakość projektów inwestycyjnych. Problem wielokryterialności może być pokonany przez wprowadzanie ogólnego kryterium, które będzie zawierało wszystkie indywidualne kryteria wraz z współczynnikami ich względnej ważności.

Niech $\{x_i\}$, dla $i=1, \dots, N$ będą ilościowymi i jakościowymi parametrami projektu.

Niech $m_1(x_1), m_2(x_2), \dots, m_n(x_n)$, będą funkcjami przynależności szczegółowych kryteriów jakości projektu na danym poziomie.

Niech a_1, a_2, \dots, a_n będą współczynnikami względnej ważności szczegółowych kryteriów (ranga kryteriów). Wskaźniki te wyliczone są na podstawie ocen ekspertów zawartych w macierzy porównań (w macierzy dwuwymiarowych porównań).

A oto główne sposoby (typy) uogólnienia nierównoważnych szczegółowych kryteriów w budowie globalnego kryterium oceny projektu:

1. Kryterium maksymalnego pesymizmu

$$DD1 = \min(\mu_1(x_1)^{a_1}, \mu_2(x_2)^{a_2}, \mu_3(x_3)^{a_3}, \dots)$$

2. Kryterium multiplikatywne

$$DD2 = \prod_{i=1}^N \mu_i(x_i)^{a_i}$$

3. Kryterium addytywne

$$DD3 = \sum_{i=1}^N \frac{a_i * \mu_i(x_i)}{N}$$

W wyniku otrzymujemy wartości kryteriów zawierające się w przedziale $\langle 0, 1 \rangle$

$$0 \leq DD1, DD2, DD3 \leq 1$$

2.5. Kreowanie systemu wielopoziomowego pośrednich kryteriów jakości. Opracowana metoda pozwala w sposób naturalny budować

struktury wieloszczeblowe i hierarchiczne, których schemat jest pokazany poniżej.

Każde kryterium wyższego rzędu buduje się na podstawie kryteriów szczegółowych rzędu niższego za pomocą jednego ze sposobów ich agregowania.

Ogólne wyrażenie matematyczne do wyliczenia kryteriów na poziomach pośrednich hierarchii jest

$$D_{n-1,i_{n-1}} = f_{n-1,i_{n-1}} \left(D_{n-1,i_{n-1},1}, \dots, D_{n-2,i_{n-1},m_{i_{n-1}}}, \alpha_{n-1,i_{n-1},1}, \dots, \alpha_{n-2,i_{n-1},m_{i_{n-1}}} \right)$$

gdzie $f_{n-1,i_{n-1}}$ jest operatorem agregowania kryteriów.

Jak to wynika ze sposobu budowania,

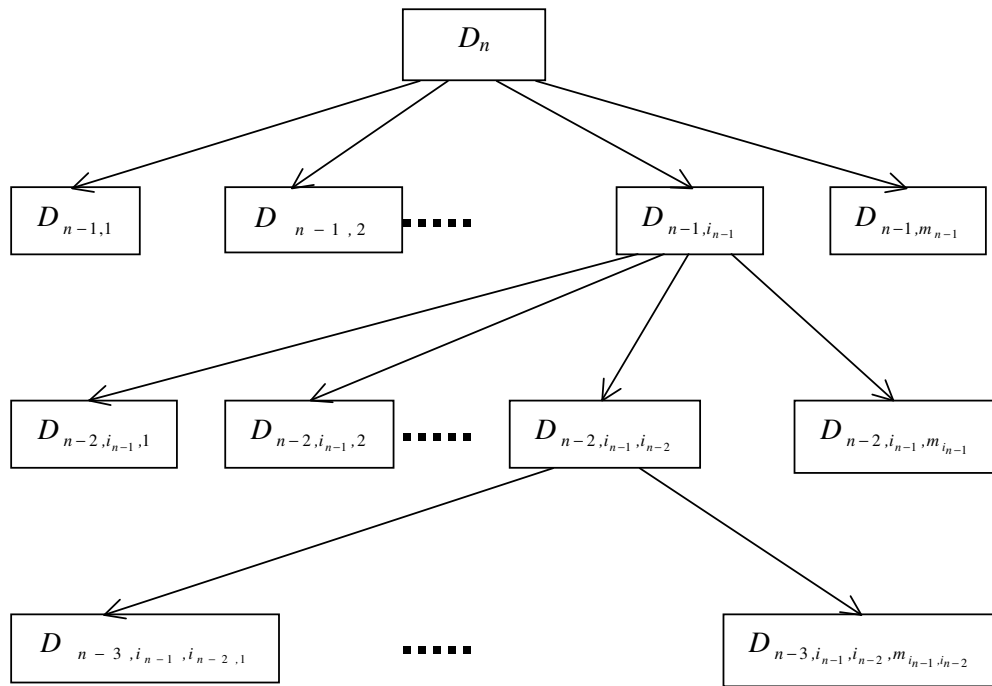
$D_{n-1,i_{n-1}}$ przyjmują wartości zawsze między 0 a

1 i mogą być interpretowane jako wartości niektórych pośrednich kryteriów szczegółowych.

$$D_{1,i_{n-1},i_{n-2},\dots,i_2,k} = f_{1,i_{n-1},i_{n-2},\dots,i_2,k} \left(\{ \mu_j \}_k, \{ \alpha_j \}_k \right)$$

przedstawione poniżej.

Na najniższym poziomie hierarchii wykorzystane są bezpośrednie funkcje przynależności (użyteczności) pierwotnych kryteriów szczegółowych określanych przez bazowe parametry jakości.



Schemat 1. Ogólny schemat budowania struktury hierarchicznej.

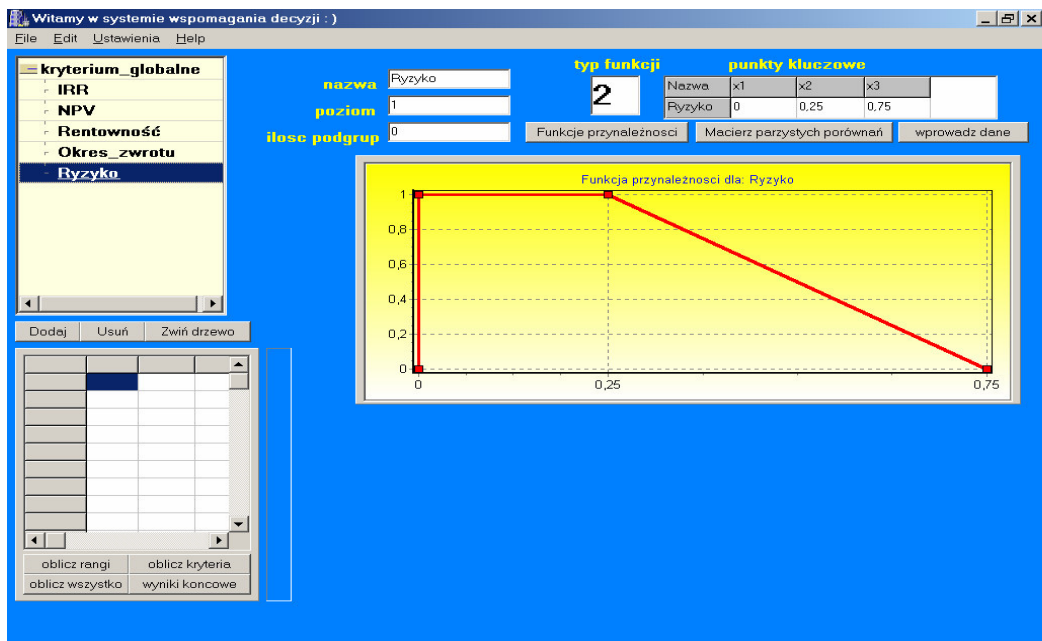
3. System aplikacyjny do realizacji metody

3.1. Przykład oceny projektów inwestycyjnych.

Na przedstawionych niżej rysunkach przedstawiamy rozwiązanie problemu wyboru najlepszego projektu między 4 dostępnymi. Każdy z projektów jest określony 5 parametrami o różnej skali

porównawczej: IRR, NPV, Rentowność, Okres zwrotu, Ryzyko.

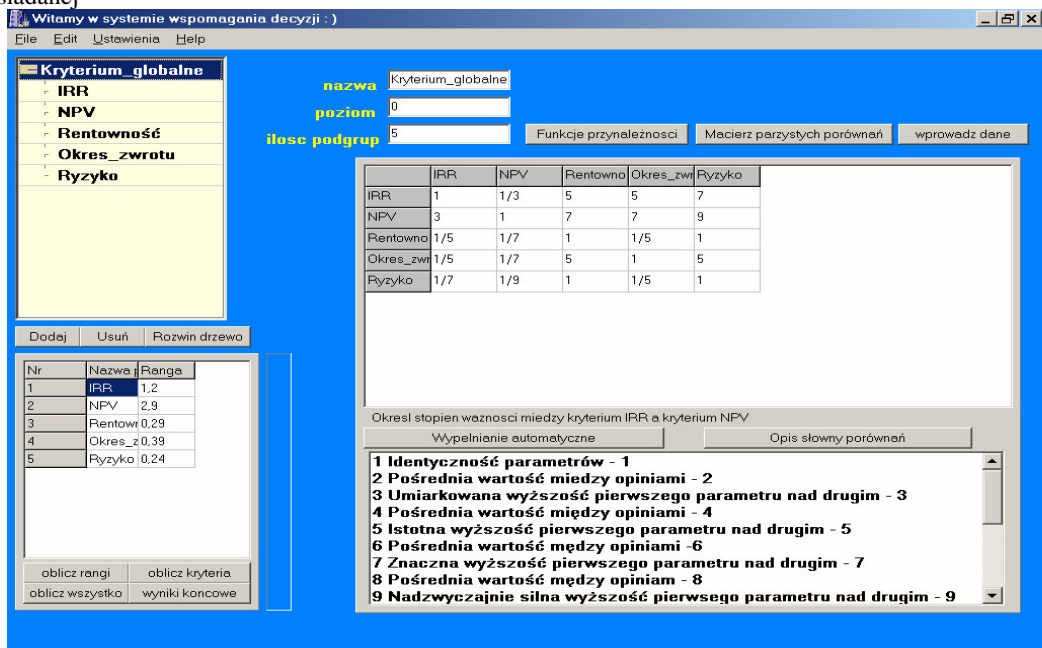
Pierwszym krokiem jest określenie typu funkcji i punktów kluczowych tychże funkcji przynależności dla poszczególnych kryteriów. (Rys.1)



Rys1. Określenie typów funkcji i punktów kluczowych

Następnym etapem jest określenie współczynników względnej ważności dla poszczególnych kryteriów. Ekspert z danej dziedziny na podstawie zebranych doświadczeń i posiadanej

wiedzy wypełnia macierz parzystych porównań (Rys.2), a program wylicza na jej podstawie współczynniki względnej ważności.



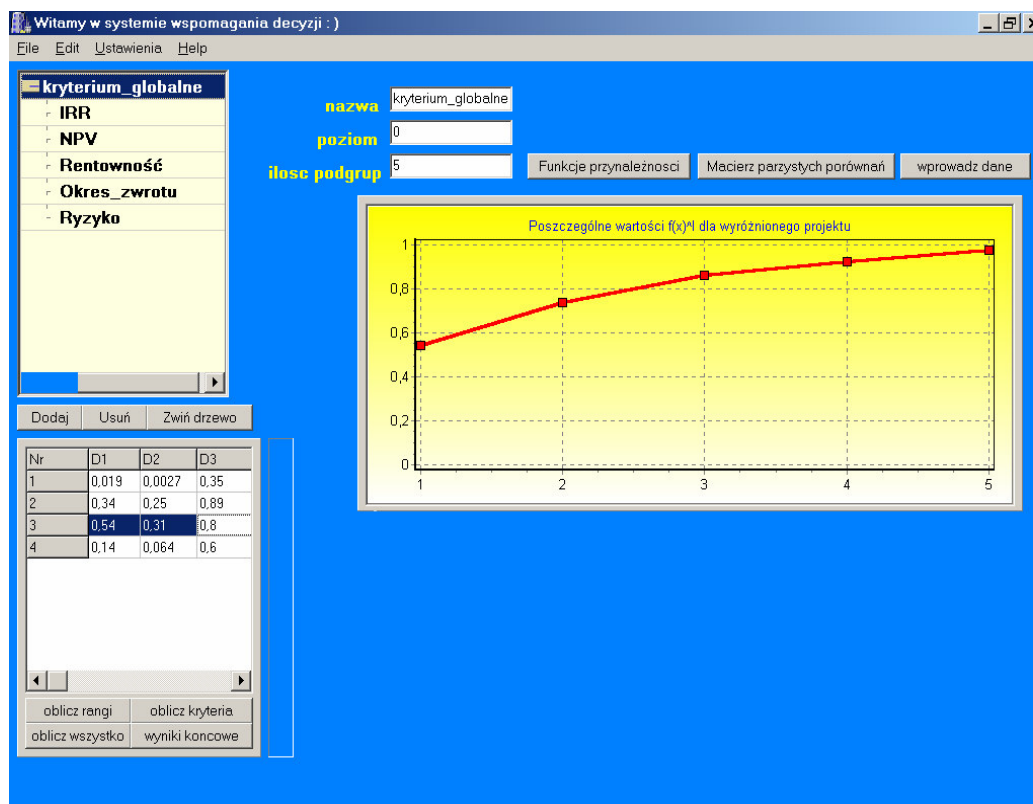
Rys.2 Określenie współczynników względnej ważności dla poszczególnych kryteriów

Kolejnym krokiem jest podanie danych o każdym parametrze dla poszczególnych projektów, z

pośród których wybierać będziemy ten najlepszy. Możemy wprowadzać dowolną ilość rozpatrywanych przypadków. Dodawać i

odejmować, lub modyfikować je co jest bardzo przydatne gdy zmieniają się warunki, w których je rozważamy.

Ostatnią fazą jest obliczenie kryteriów globalnych, porównanie, których umożliwi wybór najlepszego z zadanych projektów.



Rys.3 Obliczenie kryterium globalnego

Teraz nie pozostaje nam nic innego jak wybrać najlepszy projekt według uogólnionego kryterium porównawczego. Jak łatwo można zauważyć (Rys.3) najlepszy projekt z pośród zadanych to projekt 3, który aż według dwóch kryteriów: maksymalnego pesymizmu i multiplikatywnego (ostatnie, kryterium addytywne także nie pozostaje daleko w tyle) jest znacznie lepszy od 3 pozostałych.

Nasz system pozwala wyliczać kryterium globalne także w wielopoziomowej strukturze hierarchicznej. Niestety przedstawienie takiego przykładu wymagałoby więcej miejsca i czasu.

4. Podsumowanie. Pragniemy uświadomić państwu, że nasza metoda stanowi

pewien etap rozwoju w dziedzinie wspomagania decyzji. Pomaga sprawnie podjąć decyzje mimo tak wielu problemów występujących w trakcie jej wyboru. Oprócz tego następnym etapem do rozwiązania będzie wprowadzenie do systemu rozmytych funkcji przynależności oraz funkcje przynależności rozmytych argumentów. Dodatkowy problem, jaki się pojawia to rozmyta macierz parzystych porównań wynikająca z możliwości formułowania macierzy przez grupę ekspertów. Teoretyczne podstawy tych rozwiązań są już opracowane i dzisiaj jesteśmy w trakcie tworzenia odpowiedniego oprogramowania.