

Modelowanie złożonych zespołów produkcyjnych w warunkach niepewności z zastosowaniem przedziałów i liczb rozmytych

Waldemar Herka, Paweł Róg
rog@icis.pcz.czyst.pl
Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej
ul. Dąbrowskiego 73, 42-200 Częstochowa

W złożonych pod względem struktury połączeń układach produkcyjnych trudno jest z góry ustalić wszystkie parametry pracy obrabiarek będących ich składnikami. Dodatkowo w układach tych zawsze kryje się spora doza niepewności, co znacznie utrudnia to zadanie. Powszechnym rozwiązaniem stosowanym już w latach 60-70 ale także i obecnie jest technika symulacji pracy układu produkcyjnego oparta na metodzie Monte-Carlo. Metoda ta będąca czysto stochastyczną wymaga znacznych narzutów czasowych ze względu na konieczność częstego uruchamiania programu symulatora. Jak wiadomo czas w wielu przypadkach jest najcenniejszym parametrem, stanowi jeden z głównych kosztów związanych z wdrażaniem nowych linii produkcyjnych. Ponadto nie zawsze mamy dostatecznie dużo danych, aby stworzyć opis parametrów systemu w postaci funkcji gęstości. W niniejszej pracy przedstawione zostaną propozycje mogące pomóc w rozwiązaniu powyższych problemów. Opierają się one na zastosowaniu przedziałów lub liczb rozmytych dla formalizacji matematycznej parametrów pracy obrabiarek. Praca ta zawiera pewne propozycje rozwiązań dotyczących poszukiwań wąskich gardeł systemów produkcyjnych.

SŁOWA KLUCZOWE: wąskie gardło, przedział, przedział rozmyty, digraf, systemy produkcyjne

1. WSTĘP

Czynnościami poprzedzającymi uruchomienie nowej linii produkcyjnej z punktu widzenia synchronizacji jej pracy są:

- zbudowanie jak najlepszego modelu projektowanego systemu produkcyjnego;
- symulacja komputerowa bazująca na wcześniej zbudowanym modelu;
- testy poprzedzające uruchomienie układu.

Wszystkie kolejne etapy mogą okazać się czysto przypadkowe bez dobrego modelu opisującego dane zagadnienie, dlatego też niniejsza praca ma za zadanie przybliżyć analizę złożonych układów pod kątem ich modelowania, co z kolei przybliża do etapu następnego – optymalizacji. Etap ten jednak jest osobnym zagadnieniem.

W dzisiejszych czasach – w dobie powszechnej komputeryzacji trudno wyobrazić sobie wdrażanie nowych linii produkcyjnych bez wcześniejszej symulacji ich pracy w środowisku wirtualnym. Istnieje wiele systemów wspomagających ten proces. Szeroka gama producentów oprogramowania oferuje wiele systemów ułatwiających stworzenie modelu oraz przeprowadzenie symulacji pracy projektowanej linii produkcyjnej. Do niedawna faktem oczywistym było przyjmowanie parametrów elementów składowych

modeli tworzonych w tych środowiskach w postaci czysto deterministycznej – liczb rzeczywistych. Jest to bardzo wygodne – modele takie spisują się wręcz rewelacyjnie...lecz tylko na wydrukach, bądź też na ekranach monitorów. Warunki rzeczywiste narzucają swoje twarde prawa – każdy system jest obciążony niepewnością. Dodatkowo fakt współpracy człowieka z maszyną powoduje wprowadzenie do systemu tzw. czynnika ludzkiego, co ma niebagatelny wpływ na wzrost niepewności działania systemu. Pewnym przełomem było zastosowanie rozkładów gęstości zmiennej losowej jako parametrów oraz stochastycznych metod symulacji pracy linii – dało to rezultat w postaci uwzględnienia niepewności dotąd zaniebywanej. Niestety metody te nie ujmowały systemu jako całości – losowanie parametrów następowało osobno. Przy tym podejściu pojęcie modelu jest okrojone. Bardzo długa symulacja przybliżała wyniki do rzeczywistej pracy układu w warunkach niepewności – trudno odmówić skuteczności tej metodzie, jednak narzuty czasowe potrzebne na uzyskanie dobrych rezultatów to koszt niebagatelny. Po wprowadzeniu przez L.Zadeha liczb rozmytych oraz wartości lingwistycznych wielu uczonych zastanawiało się nad zmianą podejścia do zagadnienia projektowania systemów produkcyjnych, pod kątem ujęcia niepewności bezpośrednio w opisie układu. Wiadomo że nie warto ignorować niepewności, należy więc znać jej skalę. Modele wdrażane w życie wymagają bardzo często korekt fachowców – ludzi pracujących wiele lat na swoich stanowiskach, mających wyrobioną intuicję (nie posiadają jej generatory liczb losowych), posiadających ogromne doświadczenie, które do niedawna prawie w ogóle nie było wykorzystywane. Ludzie ci potrafią bardzo często opisać słownie działanie danego elementu dużo lepiej niż najbardziej nawet skomplikowany przebieg funkcji gęstości – który i tak jest odzwierciedleniem losowania, a nie rzeczywistym opisem działania. Stosując do opisu parametrów pracy elementów układu, np. wydajności obrabiarki, liczby rozmyte uzyskujemy lepszą kontrolę niepewności związanej z pracą układu. Pewnym mankamentem są operacje porównania liczb rozmytych (publikowane metody często są heurystyczne i mało intuicyjne, a rezultaty otrzymywane za ich pomocą są różne). Jest jednak dobre wyjście z tej sytuacji: istnieje metoda porównania bazująca na prawdopodobieństwie [1]. W niniejszej pracy wykorzystano także przedstawione w [1] operacje arytmetyczne na liczbach rozmytych. Zarówno proponowana metoda porównywania liczb rozmytych jak i operacje na tych liczbach zostały opracowane przy wykorzystaniu przedstawienia wielkości rozmytej za pomocą tzw. α -przekrojów, które są zwykłymi (ostrymi) przedziałami. Taka reprezentacja liczby rozmytej umożliwia wykonywanie wszystkich niezbędnych operacji arytmetycznych i porównania na zbiorze zwykłych przedziałów. Arytmetyka zwykłych przedziałów jest dobrze określona i została przedstawiona już w [2]. Natomiast metodę porównywania zwykłych przedziałów przedstawiono w [3]. Na ich podstawie opracowano metody wykonywania operacji arytmetycznych i porównywania liczb rozmytych przedstawione w [1].

2.MODELOWANIE SYSTEMU

Podstawowymi elementami, z których można budować modelowany system produkcyjny są: magazyn, stanowisko, transport.

Magazyn - element symbolizujący w naszym modelu zbiór magazynów surowców (w rzeczywistym zakładzie może istnieć kilka magazynów podzielonych ze względu na przechowywane w nich rodzaje materiałów) lub zbiór magazynów produktów (w przypadku zakładów o większym asortymencie produktów). Ze względu na podejście do zagadnienia – zależy nam w tym momencie głównie na opisie układu od strony pracy obrabiarek – w naszym modelu przewiduje się uproszczenie opisu magazynów. W proponowanym modelu istnieją tylko dwa magazyny – źródłowy oraz docelowy. Dodatkowo przyjmuje się, że magazyny nie są ograniczone pod względem pojemności.



Rys.1. Symbol graficzny magazynu



Rys.2. Symbol graficzny stanowiska

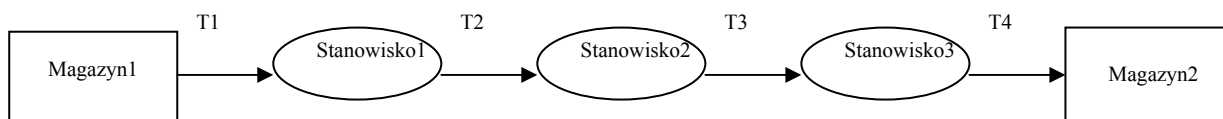
Stanowisko – podstawowy element modelu symbolizujący stanowisko pracy. W proponowanym modelu stanowisko zawiera trzy składowe: obrabiarkę wykonującą obróbkę detali, człowieka sterującego pracą obrabiarki oraz mały magazyn podręczny (bufor), w którym przechowywane są produkty czekające na dalszą obróbkę w sytuacji, w której następne w ciągu linii produkcyjnej stanowisko nie jest jeszcze gotowe na przyjęcie kolejnego detalu do obróbki. Podstawową właściwością stanowiska jest jego wydajność wyrażona przez przedział rozmyty. Warto odnotować, że wydajność stanowiska składa się nie tylko z wydajności obrabiarki, ale także z wydajności pracy obsługującego ją człowieka.

Transport – element symbolizujący pas transmisyjny łączący poszczególne stanowiska. W proponowanym modelu przyjmuje się, że wydajności transportów są znacznie większe od wydajności stanowisk.

W rzeczywistych warunkach może istnieć sytuacja, w której stanowiska mogą być znacznie oddalone od siebie i zainstalowanie pasa transmisyjnego jest niemożliwe lub nieekonomiczne. Transport może być wtedy realizowany za pośrednictwem np. wózka widłowego. W takim przypadku ze względu na znaczną różnicę pomiędzy wydajnościami pasa i wózka zaleca się potraktować taki transport jako stanowisko.

Graficznie transport jest przedstawiany jako łuk łączący odpowiednie stanowiska. Oczywiście, że jest on skierowany - ze względu na ściśle określony przepływ przetwarzanych elementów.

Rozpatrzmy przykładowy model systemu produkcyjnego (rys. 3).



Rys. 3. Liniowy system produkcyjny.

Jest to układ szeregowy. Pewna analiza tego typu układów została już przeprowadzona w [4]. Według opisanej tam metody można określić rzeczywisty przepływ, a więc ilość gotowych produktów dostarczanych

do Magazynu2 w ciągu jednostki czasu. Podane poniżej wartości są przedstawione w postaci liczb rzeczywistych – ze względu na prostszy zapis i lepszy (mamy nadzieje) odbiór przez czytelnika. Nie stanowi problemu rozszerzenie powyższych wzorów na liczby rozmyte według przyjętych wcześniej zasad. Istnieje biblioteka napisana w C++ pozwalająca w prosty sposób to uczynić.

Metoda polega na tym, że układ dwóch połączonych ze sobą stanowisk pracuje z wydajnością :

$$W' = \min(W_i, W_{i+1}) \quad (1)$$

gdzie W_i, W_{i+1} – wydajności stanowisk, W' - rzeczywista wydajność układu dwóch sąsiadujących stanowisk. Jak już zostało napisane, każde stanowisko posiada własny magazyn podręczny. Według wyżej wymienionej metody można także obliczyć ilości elementów gromadzących się zasobnikach w sytuacji, gdy w układzie dwóch połączonych w sposób szeregowy stanowisk pierwsze z nich pracuje z większą niż drugie wydajnością i powstaje więcej elementów niż mogłoby pobrać drugie. Jak pokazano w [4], stopień zapełniania się zasobnika można obliczyć według wzoru:

$$Z_i = f^+(W'_i - W_{i+1}) \quad (2)$$

gdzie funkcję $f^+(x) = \max(0, x)$ wprowadzono by uniknąć sytuacji, w której zasobnik przechowywałby ujemną liczbę elementów.

Korzystając ze wzorów (1) i (2) możemy dla założonych teoretycznych wydajności w obliczyć rzeczywistą wydajność linii i stopień zapełnienia zasobników.

Rozpatrzmy przykład trzech szeregowo połączonych stanowisk, których parametry przedstawiono w Tabeli 1.

Tabela 1. Parametry przykładowego systemu produkcyjnego.

	W	W'	Z
Stanowisko1	4	4	0
Stanowisko2	5	4	1
Stanowisko3	3	3	0

W Tab. 1 przyjęto: W – wydajność paszportowa; Z – liczba elementów w zasobniku w jednostce czasu; W' - wydajność rzeczywista stanowiska z uwzględnieniem wydajności stanowisk poprzednich.

Dla ostatniego w linii stanowiska - Stanowiska3 W' wynosi 3 – jest to wydajność globalna układu W_g . Aby otrzymać ilość detali X wytworzonych przez układ wystarczy pomnożyć tą wielkość przez czas pracy układu t :

$$X = W_g t,$$

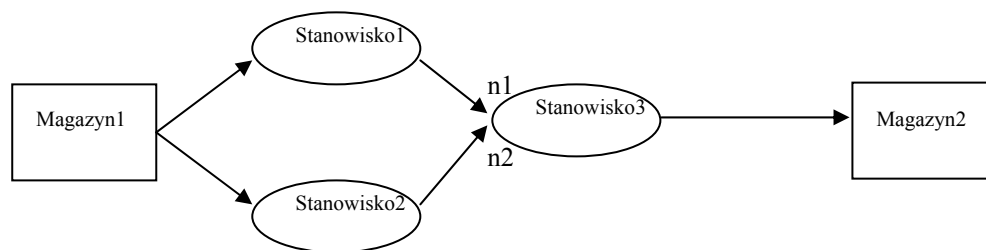
Metoda ta sprawdza się w topologii liniowej. W topologiach bardziej złożonych mogą występować pewne niejednoznaczności. Proponujemy więc metodę opierającą się na tych samych założeniach lecz zmodyfikowaną pod kątem układów rozgałęzionych.

2.1 Wąskie gardła

Jak można stwierdzić na podstawie przykładu przytoczonego wyżej (Tabela 1), w każdym układzie – nawet najprostszym – linii istnieje element, który determinuje globalną wydajność układu (w przykładzie Stanowisko3). Można zaobserwować fakt zmiany globalnej wydajności po zmianie wydajności tego elementu-nazywanego dalej „wąskim gardłem”. Istnienie wąskich gardeł jest nieuniknione. Żadna optymalizacja nie usunie wąskich gardeł. Można poprawić wydajność stanowiska będącego aktualnie wąskim gardłem, pojawi się jednak następne. Proces optymalizacji pod kątem wyeliminowania wąskich gardeł jest zatem nieskończony. Warto jednak kontrolować system i wiedzieć, w którym miejscu znajduje się wąskie gardło, bowiem z reguły element ten jest najczęściej narażony na awarie. Nie dysponuje on zapasem mocy – pracuje „na pełnych obrotach”. W proponowanym tu modelu wąskie gardło jest niejako kluczem, ponieważ pozwala określić rzeczywisty przepływ w układzie.

2.2 Wymogi technologiczne

W bardziej rozwiniętym modelu należy wziąć pod uwagę pewne zależności uwarunkowane technologicznie. Weźmy na przykład wycinek linii montażowej:



Rys. 4. Przykład linii produkcyjnej z rozgałęzieniem.

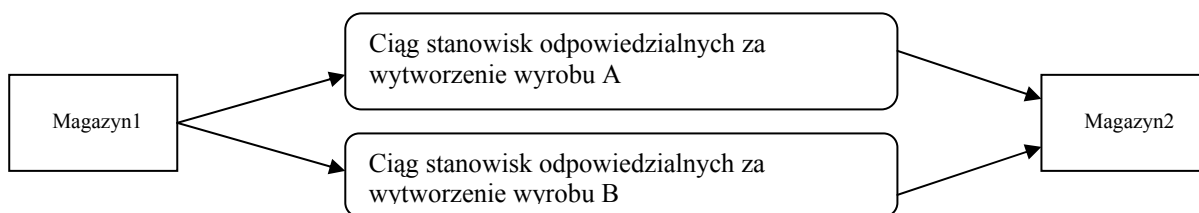
W układzie tym Stanowisko1 oraz Stanowisko 2 pobierają z Magazynu1 półprodukty (surowce), obrabiają je, po czym wysyłają do Stanowiska3, która składa gotowe detale. Dana technologia określa, że na jeden gotowy detal wychodzący ze Stanowiska3 przypadają: n_1 elementów wytworzonych przez Stanowisko1 oraz n_2 elementów pochodzących z przetwarzania na Stanowisku2. Jeśli więc Stanowisko3 ma wyprodukować X elementów, to musi otrzymać na wejście w sumie n_{in} elementów pochodzących ze Stanowiska1 i Stanowiska2, co można przedstawić jako:

$$n_{in}(X) = X(n_1 + n_2)$$

Możemy w ten sposób określić zależności technologiczne w linii produkcyjnej, co ma kluczowe znaczenie w procesie wykrywania tzw. „wąskich gardeł”.

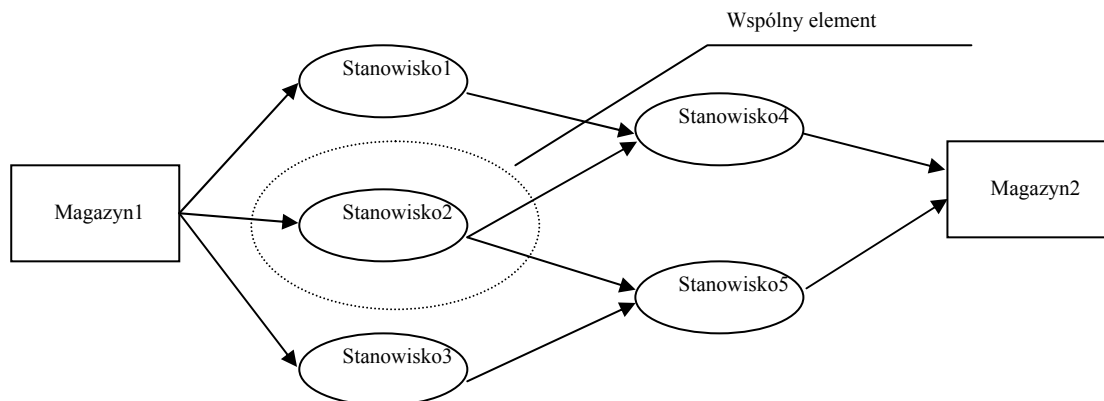
2.3 Liczba wąskich gardeł

W każdym układzie produkcyjnym istnieje co najmniej jedno wąskie gardło. W przypadku linii szeregowej istnieje jedno wąskie gardło. Inaczej wygląda sytuacja w układach rozgałęzionych. Istnieją systemy, w których asortyment wyrobów nie ogranicza się tylko do jednego rodzaju. W takich systemach można intuicyjnie określić liczbę wąskich gardeł jako równą liczbie typów produktów oferowanych przez ten system. W przypadku układu oferującego dwa typy wyrobów uproszczenie to może wyglądać następująco:



Rys 5. Dwa ciągi technologiczne rozłączne.

Istnieją jednak układy, których pewne technologicznie połączone podzbiory stanowisk posiadają część wspólna, to znaczy jedno lub więcej stanowisk należy jednocześnie do różnych wyodrębnionych podzbiorów.



Rys. 6. Dwa ciągi technologiczne ze wspólnym stanowiskiem.

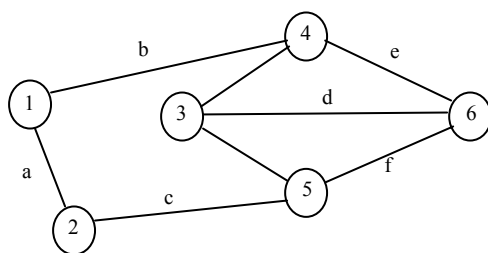
W takim przypadku wąskie gardło może być wspólne, choć nie jest to regułą. Na wyjściu Stanowisko4 pojawią się produkty zupełnie różne od tych produkowanych przez Stanowisko5, zatem wymogi technologiczne będą także różne. Fakt, że Stanowisko2 jest wspólne dla obydwu ciągów technologicznych nie gwarantuje jednego – wspólnego wąskiego gardła. Sytuacja staje się analogiczna dla układów o większej liczbie ciągów technologicznych.

2.4 Graf jako opis układu produkcyjnego

Zanim wprowadzony zostanie opis formalny zagadnienia szukania wąskich gardeł w postaci grafowej, przedstawimy nieco teorii z tej dziedziny. Jest to potrzebne do dobrego zrozumienia opracowanej metody, która bazuje na analizie układu zapisanego przy pomocy digrafu (zostanie on opisany poniżej).

Teoria grafów znajduje bardzo szerokie zastosowanie w rozwiązywaniu problemów związanych z wszelkiego rodzaju rozpyłkami, do opisu układów automatowych, a także stanowi bazę do konstruowania sieciowych modeli decyzyjnych. Istnieją pewne rozbieżności w zakresie terminologii tej dziedziny wiedzy w literaturze, dlatego też przytoczonego niżej opisu nie należy traktować jako sztywnych definicji. Ma on za zadanie przybliżyć zagadnienie na tyle, aby nie trzeba było sięgać po dodatkową literaturę przy analizie zagadnienia opisanego w tym artykule. Jeśli jednak, teoria grafów okaże się na tyle ciekawa, że czytelnik zechce dowiedzieć się czegoś więcej na ten temat – odsyłamy do literatury. Poza tym, w każdej pozycji z dziedziny badań operacyjnych jest rozdział poświęcony grafom.

Graf nieskierowany $G=\{V,E\}$ składa się ze skończonego zbioru wierzchołków $V=\{v_1,v_2,\dots,v_n\}$ i skończonego zbioru krawędzi $E=\{e_1,e_2,\dots,e_m\}$. Każdej krawędzi e odpowiada nieuporządkowana para różnych wierzchołków (u,v) o których mówimy, że są **incydentne** z e .

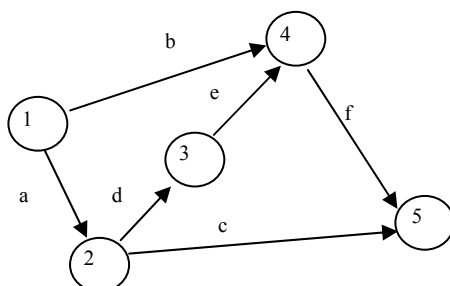


Rys. Przykład grafu nieskierowanego

W danym grafie mamy:

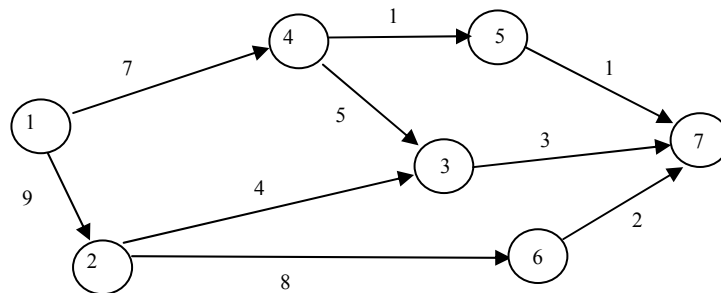
- $V=\{1,2, \dots ,6\}$ (zbiór wierzchołków);
 - $E=\{a,b, \dots ,f\}$ (zbiór krawędzi);
- gdzie: $(1,2)$ są incydentne z a , $(1,4)$ są incydentne z b , itd.

Grafem skierowanym lub w skrócie **digrafem** nazywamy graf, w którym pary wierzchołków (u,v) incydentnych z krawędzią e (nazywaną w tym przypadku łukiem) jest parą uporządkowaną. Mówimy wtedy, że łuk e jest skierowany z wierzchołka u do wierzchołka v . Kierunek jest zaznaczany poprzez grot strzałki.



Rys. Przykład grafu skierowanego

Siecią nazywamy **graf skierowany** (lub **nieskierowany**), w którym każdemu **łukowi**(lub **krawędzi** w grafie nieskierowanym) jest przyporządkowana liczba. Określa się ją najczęściej mianem **wagi**.



Rys. Przykład sieci skierowanej.

Najczęściej występującym i najwygodniejszym (choć mało optymalnym ze względu na dużą chłonność pamięci) sposobem opisu sieci jest tzw. **macierz wag**. Jest to macierz kwadratowa o wymiarze n, gdzie n jest liczbą wierzchołków sieci. Macierz wypełnia się w następujący sposób:

-jeśli pomiędzy wierzchołkami (i,j) istnieje łuk l to w macierzy wag M na przecięciu i-tego wiersza i j-tej kolumny wpisujemy wagę związaną z tym łukiem tzn.

$M[i,j]=l$;

-reszta pól pozostaje pusta lub wypełnia się je bardzo dużymi liczbami, będącymi odpowiednikami nieskończoności (stosuje się tak podczas implementacji komputerowych, gdzie nie ma możliwości formalnego jej zapisu).

$$M[i,j] = \begin{cases} w(i,j) \Leftrightarrow (i,j) \in E \\ \infty \Leftrightarrow (i,j) \notin E \end{cases}$$

gdzie $w(i,j)$ -waga łuku (i,j).

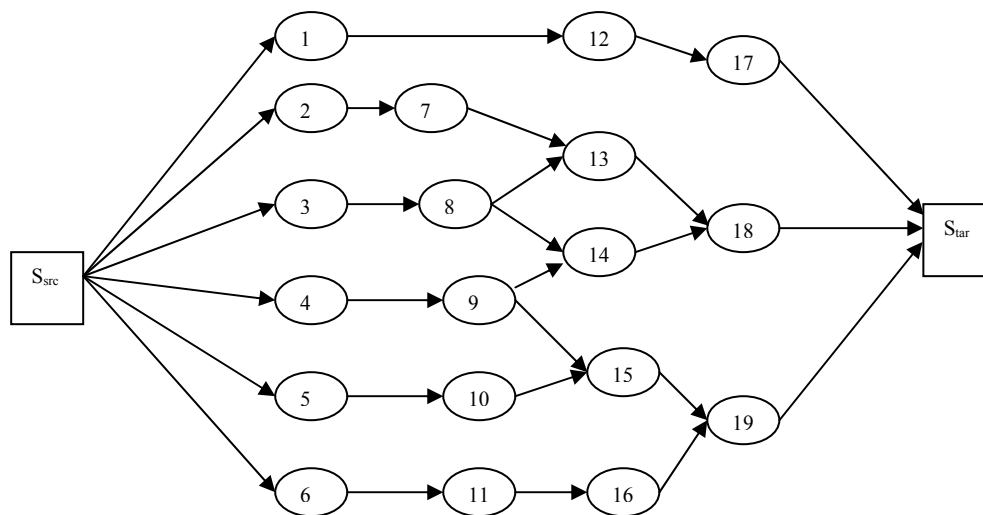
Macierz wag dla sieci przedstawionej powyżej:

	1	2	3	4	5	6	7
1		9		7			
2			4			8	
3							3
4			5		1		
5							1
6							2
7							

Ze względu na pewne analogie w stosunku do zagadnień sieciowych proponujemy zapis układu produkcyjnego w postaci grafu skierowanego (digrafu) $G=\{V\cup S,E\}$, którego zbiór wierzchołków składa się ze stanowisk w układzie produkcyjnym $V = \{x: x \in M\}$ oraz magazynów S , gdzie: M – zbiór stanowisk. Natomiast zbiór łuków E odpowiada zbiorowi połączeń transportowych (np. pas transmisyjny): $E = \{x: x \in T\}$, gdzie: T – zbiór transportów, przy założeniu $x=\{(i,j): i,j \in M \wedge i \neq j\}$ tzn. że niedopuszczalne są pętle.

Należy zwrócić szczególną uwagę na magazyny: źródłowy S_{src} oraz końcowy S_{tar} . Będą one wierzchołkami specjalnymi nie będąc częścią zbioru V . Są częścią grafu globalnego będącego odzwierciedleniem całego układu produkcyjnego, pełnią bardzo ważną funkcję – wierzchołki będące sąsiednimi w stosunku do nich są zbiorem stanowisk końcowych, który jest kluczem w opisanym niżej algorytmie.

Rozpatrzmy przykład grafu globalnego bardziej złożonego (rys. 7).



Rys. 7. Złożony graf połączeń w linii produkcyjnej.

Graf ten składa się z 19 wierzchołków podstawowych-stanowisk, dwóch wierzchołków specjalnych - S_{src} oraz S_{tar} (magazyny te de facto są wymagane dla każdego prawidłowego projektu układu według proponowanej metody) oraz odpowiednich łuków – transportów, których nie opisano na rysunku ze względu na przejrzystość. Łuki te mogą być opisane wygodniej za pomocą tzw. **macierzy połączeń** (analogiczna do **macierzy wag** opisanej wcześniej), przedstawionej na rys. 8, która obrazuje liczbowo wymogi technologiczne danego układu.

wy we	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	S _{cr}	S _{tar}	
1	■											x										
2		■					x															
3			■					x														
4				■					x													
5					■					x												
6						■					x											
7							■						x									
8								■					x	x								
9									■					x								
10										■												
11											■					x						
12												■					x					
13													■					x				
14														■					x			
15															■					x		
16																■					x	
17																	■					x
18																		■				x
19																			■			x
S _{scr}	x	x	x	x	x	x																
S _{tar}																						

Rys. 8. Macierz połączeń dla grafu z Rys. 7.

Zapis do macierzy połączeń C dla pary (i, j) należy interpretować jako alokację transportu od stanowiska o numerze= i do stanowiska o numerze= j .

2.5 Wyznaczanie wąskich gardeł

Jak zostało opisane wcześniej liczba wąskich gardeł zależy od liczby ciągów technologicznych, zatem pierwszą czynnością procedury szukania wąskich gardeł w systemie jest podział całego układu na podzbiory (podgrafy) stanowisk łącznie z odpowiadającymi transportami, w których znajdują się te które należą do danego ciągu technologicznego. Prześledźmy zatem ten proces – posłużymy nam do tego wcześniej użyty schemat układu (Rys. 7) oraz jego macierz połączeń (Rys. 8).

Podział na podgrafy:

Krok 1 : Szukamy stanowisk końcowych tzn. znajdujących się na końcu ciągu technologicznego.

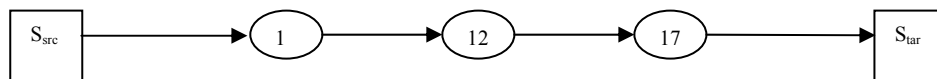
Patrzemy, które stanowiska są połączone z S_{tar} (ostatnia kolumna macierzy połączeń): 17,18,19;

Krok 2: Tworzymy listy stanowisk, od których jest zależna praca stanowisk końcowych (tworzymy ich tyle ile jest stanowisk końcowych - 3) i zapisujemy w nich odpowiednie stanowiska końcowe ;

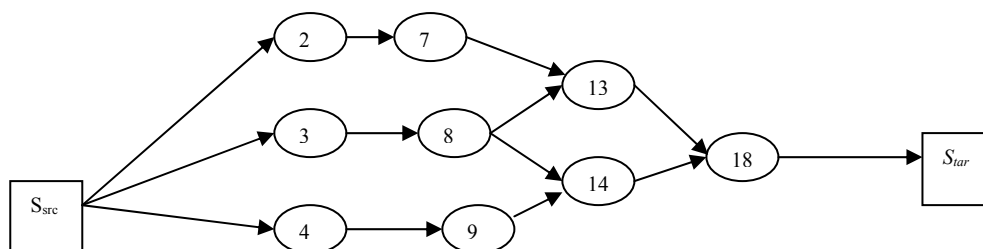
Krok 3: Do kolejnych list dodajemy stanowiska podłączone do wejścia stanowiska końcowego i kolejne podłączone do wcześniej znalezionych – jeśli takie istnieją (rekurencyjnie), przy założeniu niepowtarzalności elementów list ;

W efekcie dostajemy następujące podgrafy - zapisywane w wektorach (wierzchołki podane w kolejności wpisów):

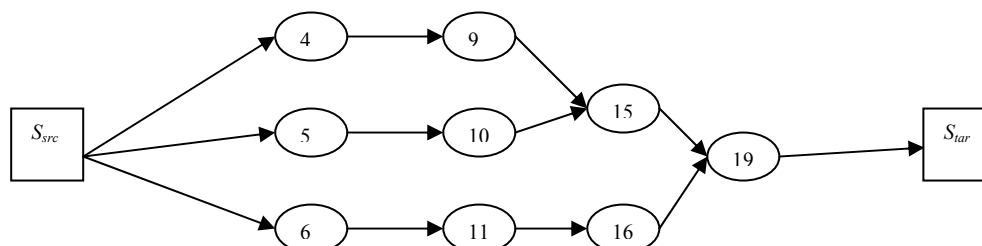
1) 17, 12, 1



2) 18, 13, 7, 2, 8, 3, 14, 9, 4



3) 19, 15, 9, 4, 10, 5, 16, 11, 6



Po podziale układu zajmujemy się osobno poszczególnymi podgrafami znajdując w każdym z nich wąskie gardło. Stosujemy tu zależności technologiczne oraz regułę, którą można przedstawić następująco:

*Za **płynnie pracujący ciąg technologiczny** można uznać taki układ stanowisk, których wydajności pozwalają na sprostanie wymogom technologicznym oraz w którym stanowisko końcowe pracuje ze swoją wydajnością paszportową – taki system pracuje niejako w takt stanowiska końcowego.*

Pierwszą czynnością jest zatem stworzenie modelu płynnego systemu na bazie istniejących zależności technologicznych oraz wydajności stanowiska końcowego analizowanego podgrafu - na tym etapie nie jest konieczna znajomość wydajności paszportowych poszczególnych stanowisk- „stroimy” je względem stanowiska końcowego.

Przedstawimy algorytm budowy płynnie pracującego ciągu technologicznego:

Krok 1: Wyznaczenie tzw. **wag globalnych**(wagi wierzchołków):

- tworzymy wektor liczb rzeczywistych o rozmiarze równym liczbie wierzchołków w podgrafie oraz inicjalizujemy go 0;
- na podstawie wpisów w macierzy połączeń wypełniamy wektor wartościami według schematu:

jeśli ($i = 0$) wtedy

Wektor_Globalny[i]=1;

przeciwnie

Wektor_Globalny[i]=max(Podgraf[i]);

Zasadniczą część algorytmu stanowi funkcja max, której celem jest obliczenie współczynnika – wagi globalnej reprezentującego maksymalne wymogi technologiczne narzucane danemu stanowisku przez stanowiska korzystające z jej produktów. Algorytm sekwencyjnie rozpatruje kolejne wierzchołki podgrafu (stanowiska) korzystając z wag wcześniej obliczonych . Pomocnym jest porządek zapisu stanowisk w podgrafach, zgodny z porządkiem rozpatrywania niniejszego algorytmu.

Krok 2: Wyliczenie wydajności dla układu o płynnym przepływie:

- korzystając ze wcześniej obliczonych wag globalnych oraz definicji płynnie pracującego ciągu technologicznego obliczamy wymagane wydajności dla każdego ze stanowisk.

$$W_i = \text{Wektor_Globalny}[i]W_k$$

gdzie: W_i – wydajności wymagane dla płynnego przepływu ; W_k – efektywność stanowiska końcowego danego podgrafu.

Trzeba zaznaczyć, że zarówno W_i jak i W_k są wielkościami rozmytymi. Zatem, aby móc wykonać operację mnożenia trzeba skorzystać z przedstawionych w skrócie wcześniej operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych.

Po zbudowaniu systemu płynnie działającego, jego parametry (wydajności) na poszczególnych stanowiskach porównujemy z ich danymi paszportowymi. Wyznaczamy różnicę pomiędzy nimi, odrzucamy wartości dodatnie i jeśli są jakieś wartości ujemne (w przypadku przedziału mogą to być wartości średnie), to znaczy że wąskim gardłem jest najmniejsza z nich jeśli nie ma, to znaczy że wąskim gardłem układu jest stanowisko końcowe-zatem układ można uznać za płynnie działający. Także w tym przypadku operujemy na liczbach rozmytych i musimy zastosować operacje arytmetyczne na liczbach rozmytych oraz operacje porównywania liczb rozmytych.

3. PODSUMOWANIE

Proponowana metoda modelowania linii produkcyjnej opiera się na wykorzystaniu liczb rozmytych w miejsce funkcji gęstości do opisu niepewności wydajności urządzeń. Uzyskujemy w ten sposób możliwość wykorzystania mniej dokładnych rozmytych danych w procesie modelowania zamiast kosztownych i trudnych do otrzymania danych eksperymentalnych. Łatwiej także jest uwzględnić niepewność mającą swoje źródło w obecności człowieka w systemie oraz wykorzystać intuicyjną wiedzę i doświadczenie ekspertów. W niniejszej pracy przedstawiono metodę wyszukiwania „wąskich gardeł” systemu. Dalsze prace będą prowadzone w kierunku otrzymania całościowej charakterystyki badanego systemu oraz jego optymalizacji.

LITERATURA

- [1] Sevastianov P., Rog P., Fuzzy Optimization Using Direct Crisp and Fuzzy Interval Comparison, Proc. of The Six Int. Conf. Neural Networks and Soft Computing, Zakopane 2002, p. 203-212
- [2] Moore R.E., Interval analysis. - Englewood Cliffs. N.J.: Prentice-Hall, 1966, p. 250
- [3] Sewastianow P., Róg P., A. A Wenberg, Constructive Numerical Method for the Comparison of Intervals, Proc. of The 4th Int. Conf. PPAM 2001, Nałęczów 2001, p. 756 – 761
- [4] Sewastianow P., Koszkuł M., Róg P., Modelowanie procesów produkcyjnych w warunkach niepewności rozmytego typu, Informatyka Teoretyczna i Stosowana, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2001, p. 89 - 94