WIELOKRYTERIALNA OPTYMALIZCJA DZIAŁALNOŚCI DYSTRYBUTORA W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Marek Dolata
marek@zapr.com.pl
Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej
ul. Dąbrowskiego 73, 42-200 Częstochowa

Streszczenie. W zagadnieniu optymalizacji działalności dystrybutora uwzględniono nie tylko koszty transportu ale także ograniczenia związane z możliwością spełnienia kontraktu zawartego pomiędzy dystrybutorem i odbiorcami oraz między dystrybutorem i dostawcami. W odróżnieniu od podejść klasycznych do formalizacji istniejących niepewności za pomocą metod probabilistycznych użyte zostały elementy teorii zbiorów rozmytych pozwalające na uwzględnienie nie tylko obiektywnych informacji otrzymanych za pomocą statystycznej obróbki danych ale wiedzy i intuicji specjalistów z dziedziny problemu oraz decydentów.
Problem został rozwiązany w dwóch etapach. Rozmyto-przedziałowe wyniki pierwszego etapu zostały użyte jako dane wejściowe wielokryterialnego etapu drugiego.
Dla rozwiązania pierwszego etapu użyto rozmytego uogólnienia tradycyjnej metody programowania liniowego simplex za pomocą programowania obiektowego. Przy tym w realizacji operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych użyto procedury ich przedstawienia w postaci sieci α-przekrojów. Istotnym problemem w realizacji tego podejścia jest porównywanie liczb rozmytych, dlatego używano oryginalnej procedury opartej na probabilistycznej interpretacji przedziałów ostrych i rozmytych.
W drugim wielokryterialnym etapie rezultaty pierwszego etapu posłużyły jako podstawa do dalszych obliczeń dających w wyniku optymalne rzeczywiste wartości szukanych wielkości transportowanych towarów uwzględniając niepewność transakcji. Wychodząc od danych obarczonych niepewnością dochodzimy do rozwiązania rzeczywistego uwzględniającego niepewność parametrów zadania wraz z oszacowaniem ryzyka.
Kluczowe słowa: Problem dystrybutora; programowanie liniowe rozmyte; problem transportowy rozmyty;

1. Wprowadzenie

Zagadnienie optymalizacji działalności dystrybutora może być sformułowane jako uogólnienie klasycznego problemu transportowego. Konwencjonalny problem transportowy jest specjalnym typem programowania liniowego gdzie sam problem jak i ograniczenia są opisane szczególną matematyczną strukturą. Źródłem dostaw może być producent, magazyn itp. dla którego mamy przypisane odpowiednie parametry, podobnie jak dla celu dostaw; dodatkowo znane są koszty transportu na danych trasach. W klasycznym podejściu chodzi o minimalizację kosztów poniesionych przez pośrednika podczas transportowania towaru od M producentów do N konsumentów. W opisywanym podejściu postanowiono maksymalizować zysk dystrybutora podczas transportowania towaru od M producentów do N konsumentów w warunkach niepewności.

W 1979, Isermann [1] przedstawił algorytm, dla rozwiązywania problemu, przy pomocy którego został wyliczony komplet wszystkich skutecznych rozwiązań. Ringuest i Rinks [2] proponowali dwa algorytmy iteracyjne dla rozwiązywania liniowego wielokryterialnego problemu transportowego. Podobne rozwiązanie zaproponowane zostało w [3].

Dla problemu transportowego zostały opracowane różne efektywne algorytmy ale z uwzględnieniem stałych parametrów zadania opisanych w postaci liczb rzeczywistych. Jednakże takie warunki są spełnione rzadko albo niemalże nigdy ze względu na wahania parametrów; przykładowo ciężko ustalić stały koszt dla określonej trasy. W pracy [4] taki problem był rozwiązany w warunkach przedziałowej niepewności kosztów transportowych.

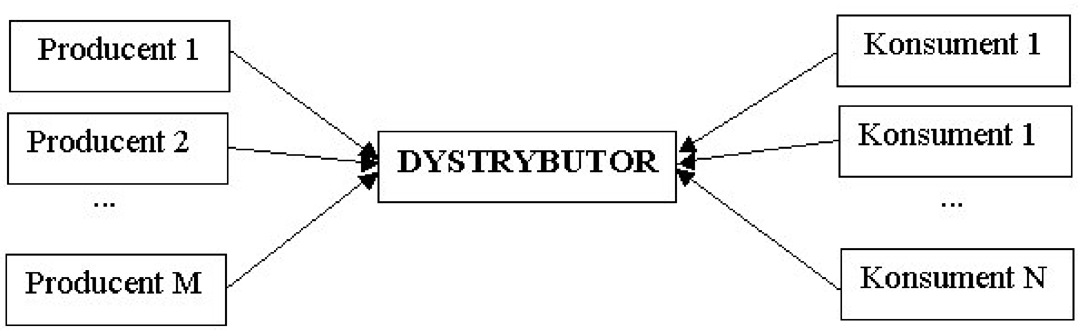
W pracach S.Chanasa i D. Kuchty [5, 6] rozwinięto podejście oparte na rozmyto-przedziałowym przedstawieniu niepewnych parametrów modelu. Rozwój tego podejścia przedstawiony jest w pracy [7].

Ogólną charakterystyką omówionych prac jest wprowadzenie ograniczeń dotyczących formy funkcji przynależności. To pozwala autorom przekształcić pierwotny problem rozmytego programowania liniowego w sieć zwykłych zadań programowania liniowego za pomocą procedur analitycznych. W praktyce jednak funkcje przynależności opisujące parametry niepewne używanych modeli mogą mieć dość skomplikowane formy, oprócz tego istotnym momentem opracowania algorytmów programowania rozmytego jest niezbędność porównywania liczb rozmytych. Istnieje wiele podejść do tego ale będziemy używali podejścia probabilistycznego [8, 9] pozwalającego za pomocą tylko jednego zupełnie naturalnego założenia stwierdzającego, że przedział jest przedziałem liczby losowej ze stałą gęstością prawdopodobieństwa, otrzymać cały zbiór operacji porównywania przedziałów ostrych, przedziałów rozmytych (z użyciem α-przekrojów) oraz przedziałów i liczb rzeczywistych. Proponowane podejście pozwala na bezpośrednie rozmyte rozszerzenie klasycznego algorytmu simplex z implementacją metody za pomocą programowania obiektowego.

Rozmyto-przedziałowe rozszerzenie problemu dystrybutora pozwala na uzyskanie rozmyto-przedziałowych wyników, jednakże dystrybutor do sporządzenia kontraktów potrzebuje optymalizowanych danych rzeczywistych. Problem dystrybutora został więc rozwiązany w dwóch etapach. Pierwszym będącym rozmyto-przedziałowym rozszerzeniem metody simplex oraz drugim wielokryterialnym, dla którego rozmyto-przedziałowe wyniki pierwszego etapu stanowią dane wejściowe, z zastosowaniem różnych metod agregacji kryteriów lokalnych. W wyniku drugiego etapu otrzymano rzeczywiste optymalizowane wartości transportowanych wielkości.

2. Postać matematyczna problemu

Problem dystrybutora przedstawiony na Rys. 1 można zdefiniować przyjmując, że pośrednik zaopatruje się u M producentów i dostarcza towar do N konsumentów.



Rys. 1. Graficzna prezentacja problemu dystrybutora

Założono, że wiadome są maksymalne możliwości producentów dotyczące ilości wyprodukowanego towaru wynoszące $\boldsymbol{a_i}$,(i=1,2,..., M) i maksymalne zdolności odbioru towarów przez konsumentów $\boldsymbol{b_j}$, (j=1, 2,...,N). Dystrybutor posiada informację o cenach za jednostkę towaru który kupuje u każdego producenta i o cenach sprzedaży dla każdego konsumenta. Wiadomo, że straty na dostarczenie jednostki towaru od *i-tego* producenta do *j*-tego konsumenta są równe c_{ij}, (i=1,2,..., M; j=1, 2,...,N). Zgodnie z zawartymi umowami dystrybutor jest zobowiązany kupować u *i*-tego producenta minimum p_i jednostek towaru po cenie t_i za jednostkę oraz gwarantować dostarczenie *j*-temu konsumentowi minimum q_j jednostek tego towaru po cenie s_j za jednostkę. Całą ilość towaru powyżej omówionej w kontrakcie wartości p_i, dystrybutor kupuje po cenie promocyjnej k_i za jednostkę. Z kolei konsument kupuje całą ilość towaru powyżej q_j także po cenie promocyjnej r_j za jednostkę. Rozwiązaniem problemu są optymalizowane ilości towaru kupowanego u każdego *i*-tego producenta oraz dostarczonego i sprzedanego *j*-temu konsumentowi x_{ij} (i=1,2,..., M; j=1, 2,...,N) w warunkach ograniczeń związanych z podpisanymi umowami z producentami i konsumentami dotyczącymi ilości kupna i sprzedaży.

W wyniku dochód dystrybutora D może być przedstawiony przez wyrażenie

$$D = \sum_{j=1}^{N}\left(q_j * s_j\right) - \sum_{i=1}^{M}\left(p_i * t_i\right) - \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\left(c_{ij} * x_{ij}\right) + \\ + \sum_{j=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij} - q_j\right) * r_j - \sum_{i=1}^{M}\left(\sum_{j=1}^{N} x_{ij} - p_i\right) * k_i \qquad (1)$$

W rezultacie zadanie redukuje się do znalezienia wszystkich x_{ij} maksymalizujących dochód D przy ograniczeniach:

- dotyczących górnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} \le a_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} x_{ij} \le b_j (j = 1..N); \qquad (2)$$

- dotyczących dolnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} \ge p_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} x_{ij} \ge q_j (j = 1..N); \qquad (3)$$

Sformułowany problem można rozwiązać jako zadanie programowania liniowego przy wykorzystaniu algorytmów programowania liniowego np. simplex.

Uwzględniając, że wszystkie parametry w (1)-(3) są danymi niepewnymi będziemy przedstawiali je za pomocą liczb rozmytych o trapezoidalnej formie. Wtedy zagadnienie optymalizacji działalności dystrybutora może być przedstawione w formie:

$$\hat{D} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left(\hat{z}_{ij} * \hat{x}_{ij}\right) \rightarrow \max \qquad (4)$$

- ograniczenia dotyczące górnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} \hat{x}_{ij} \le \hat{a}_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} \hat{x}_{ij} \le \hat{b}_j (j = 1..N); \qquad (5)$$

- ograniczenia dotyczących dolnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} \hat{x}_{ij} \geq \hat{p}_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} \hat{x}_{ij} \geq \hat{q}_j (j = 1..N); \tag{6}$$

Gdzie $\hat{z}_{ij} = \hat{r}_j - \hat{k}_i - \hat{c}_{ij}$ dla każdego i=1..M, j=1..N.

W wyrażeniach (4)-(6) $\hat{D}$, $\hat{z}_{ij}$, $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{q}$, $\hat{p}$ są liczbami rozmytymi.

W rezultacie otrzymamy zagadnienie maksymalizacji rozmytego dochodu (4) w warunkach ograniczeń (5) i (6).

W praktyce często mamy problem związany z różnymi dokładnościami przedstawienia danych niepewnych np. część opisanych powyżej parametrów może być przedstawiona w postaci trapezoidalnych liczb rozmytych na podstawie opinii ekspertów. Druga część może mieć postać np. histogramu lub gęstości prawdopodobieństwa w dość skomplikowanej formie otrzymaną w wyniku badań statystycznych. W tych wypadkach zasady ogólno metodologiczne sugerują przekształcenie wszystkich danych do formy o najmniejszym poziomie dokładności. Z tego tez względu istnieje potrzeba transformacji danych przedstawionych w postaci rozkładu prawdopodobieństwa lub histogramu do funkcji przynależności do liczby rozmyto-przedziałowej. Opracowany algorytm budujący funkcję przynależności na podstawie gęstości zmiennych losowych, jeżeli takie istnieją lub bezpośrednio na podstawie histogramu przedstawiono dokładnie w [11]. Metoda ta pozwala przedstawić wszystkie dane niepewne w jednolitej formie trapezoidalnych liczb rozmytych.

Proponowana metoda rozwiązania zagadnienia programowania rozmytego (4)-(6) realizowana za pomocą przedstawienia wszystkich liczb rozmytych w postaci zbiorów odpowiednich α-przekrojów, faktycznie redukuje zagadnienie rozmyte w sieć zagadnień programowania ostro-przedziałowego z wykorzystaniem probabilistycznej metody porównywania przedziałów [8, 9].

Na tym etapie jako wyniki optymalizacji otrzymujemy wartości $\hat{x}_{ij}$ transportowanego towaru od *i*-tego producenta do *j*-tego konsumenta oraz wartość oczekiwaną dochodu $\hat{D}$ w postaci trapezoidalnych liczb rozmyto-przedziałowych uwzględniających niepewność.

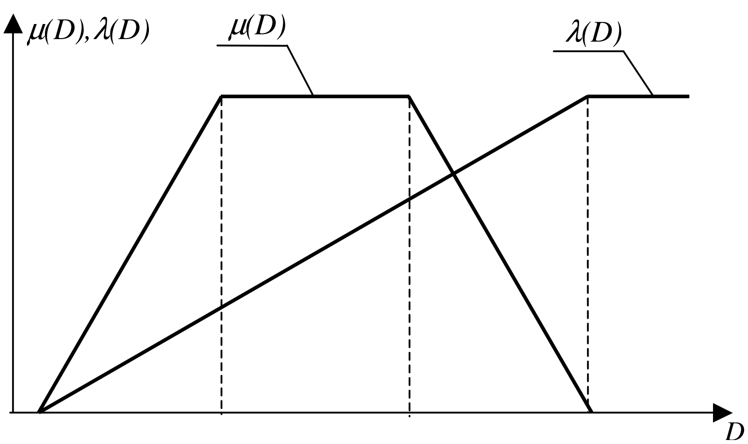
Metoda ta porównana została z procedurą Monte-Carlo, dla której otrzymano rezultaty niejednoznaczne [10, 11], wyniki optymalizacji rozmytej są bliskie tym otrzymanym za pomocą procedury Monte-Carlo ale bardziej zrozumiałe i jednoznaczne; charakteryzują się dodatkowo wystarczającą dokładnością dlatego do dalszych badań wykorzystane zostały rozwiązania otrzymane w wyniku użycia rozszerzenia rozmyto-przedziałowego.

Rozmyto-przedziałowe wyniki optymalizacji są interesujące z punktu widzenia metodologii rozwiązania problemu dystrybutora jednakże w rzeczywistości dystrybutor wymaga aby optymalne rozwiązanie zaprezentowane zostało w postaci liczb rzeczywistych, które posłużą do sporządzenia umów z dostawcami i odbiorcami, rozwiązanie to powinno jednak również uwzględniać niepewność.

W celu otrzymania rzeczywistych wyników optymalizacji problem dystrybutora został rozwiązany w dwóch etapach. Opisany już pierwszy etap w wyniku, którego otrzymano optymalizowane rozmyto-przedziałowe wartości towarów transportowanych od *i*-tego producenta do *j*-tego konsumenta oraz rozmyto-przedziałową wartość dochodu pozwolił na sformułowanie wielokryterialnego drugiego etapu, w wyniku którego otrzymano optymalizowane rzeczywiste wartości transportowanych towarów.
Jak już zaznaczono rozmyto-przedziałowe wyniki transportowanych ilości towaru od *i*-tego producenta do *j*-tego konsumenta oraz rozmyto-przedziałowa wartość reprezentująca zysk dystrybutora $\hat{D}$ posłużyły jako dane wejściowe do drugiego etapu optymalizacji.

Wyznaczony w pierwszym etapie rozmyto-przedziałowy dochód $\hat{D}$ pozwala na określenie zakresu zmian realnego dochodu dystrybutora z uwzględnieniem niepewności; pozwala on zatem na sformułowanie funkcji $\lambda(D)$, która będzie odzwierciedleniem chęci maksymalizowania dochodu przez dystrybutora. Funkcję tę przedstawioną na Rys. 2 można umownie nazwać funkcją *zachłanności* (funkcja bezwzględnego dążenia do zysku) dystrybutora ponieważ nie uwzględnia ona ryzyka a jedynie chęć maksymalizacji zysku w przedziale możliwych wartości zysku określonego przez otrzymany w pierwszym etapie rozmyty dochód $\hat{D}$.

Funkcja $\lambda(D)$ Rys. 2 odzwierciedla intencję dystrybutora dla maksymalizowania dochodu nie rozważając zmniejszenia możliwości maksymalizacji dochodu z powodu zwiększenia ryzyka, takiego rodzaju ryzyka mogą być formalizowane niejawnie za pomocą ograniczenia na ilości towarów kupionych i sprzedanych przez dystrybutora.

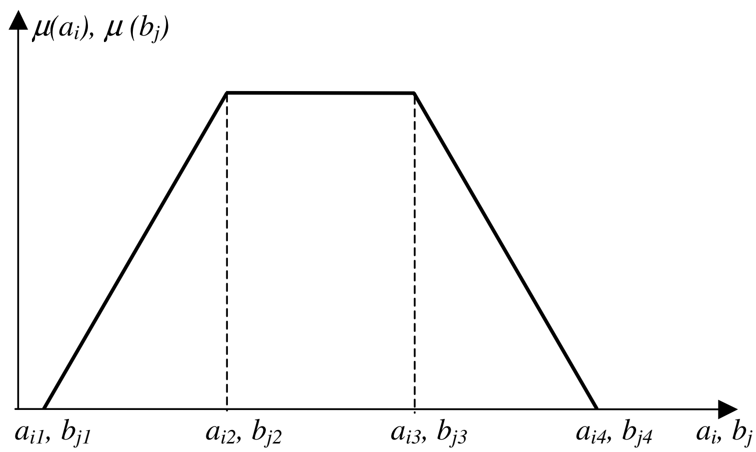


Rys. 2 Funkcja przynależności dochodu dystrybutora $\mu(D)$ oraz funkcja chęci osiągnięcia dochodu (*zachłanności*) $\lambda(D)$

Chęć dystrybutora co do maksymalizowania dochodu jest sprzeczna z intencją minimalizacji ryzyka dlatego potrzebne jest znalezienie kompromisu. Sformułujmy zagadnienie w inny sposób. Tak jak wcześniej mamy M producentów i N konsumentów. Wiadome rozmyte przedziały ilości sprzedaży $\{\hat{a}_i\}(i=1,2..M)$, i kupna $\{\hat{b}_j\}(j=1,2..N)$, straty na dostarczenie jednostki towaru od *j*–tego producenta do *i*-tego konsumenta $\{\hat{c}_{ij}\}(i=1,2..M, j=1,2..N)$.

Rozwiązaniem problemu są optymalizowane ilości (liczby rzeczywiste) kupna $\{a_i\}$, i sprzedaży $\{b_j\}$ oraz $\{x_{ij}\}$ (i=1,2,...,M; j=1,2,...,N), takie które dostarczają najlepszego kompromisu pomiędzy kryteriami maksymalizacji dochodu dystrybutora D i minimalizacji niepewności rezultatu – ryzyka.

Końcowe rozwiązanie uzyskano na podstawie dwóch etapów. W wyniku pierwszego etapu dostaliśmy rozmyto-przedziałowe $\{\hat{X}_{ij}\}$ oraz $\hat{D}$. W drugim etapie zadanie sformułowano jako wielokryterialne. Jako kryteria lokalne rozpatrywaliśmy $\lambda(D)$ – kryterium maksymalizacji globalnego dochodu (funkcja *zachłanności*) oraz kryteria przedstawione przez funkcję przynależności (użyteczności) $\mu(a_i)$ (i=1,2..M), $\mu(b_j)$ (j=1,2..N), charakteryzujące kontrowersyjne zapotrzebowanie maksymalizacji ilości kupna i sprzedaży oraz minimalizacji związanego z nimi ryzyka. Funkcje $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$ gdzie zgodnie z Rys. 3 $a_{i1} \le a_i \le a_{i4}$ oraz $b_{j1} \le b_j \le b_{j4}$, ($i$=1,2..$M$), ($j$=1,2..$N$), można traktować jako funkcje charakterystyczne ryzyka – czyli stopnia niewypełnienia kontraktów przez dystrybutora. To kryterium można też rozpatrywać jako rozmyte ograniczenie na sterujące parametry a_i – możliwości wytwórcze i-tego producenta oraz b_j – możliwości odbiorcze j-tego konsumenta.



Rys. 3 Funkcje charakterystyczne ryzyka – niewypełnienia kontraktów $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$

Dlatego że $\lambda(D)$ najmocniej charakteryzuje zapotrzebowanie maksymalizacji dochodu w warunkach ograniczeń na dochód D otrzymanych w pierwszym etapie głównym sensem kryteriów $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$ jest minimalizacja ryzyka czyli wypełnienia kontraktów; jasne że rozpatrywane kryteria lokalne są nierówno ważne z punktu widzenia dystrybutora. Jednak od początku można rozpatrywać kryteria $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$ jako równoważne, które razem wzięte charakteryzują uogólnione ryzyko. Dla rozwiązywania problemu formułuje się kryterium globalne jako agregowanie wszystkich lokalnych kryteriów z uwzględnieniem współczynników ich względnej ważności.

Takie kryterium jednocześnie uwzględnia stopień dostrzeżenia określonego poziomu dochodu i stopień spełnienia ograniczeń jednocześnie charakteryzujących ryzyko. Dla formułowania kryterium uogólnionego można używać różnych sposobów agregowania:

- maksymalnego pesymizmu

$$F_1(\{\hat{a}_i\}, \{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\}) = min(\lambda^{\alpha}(D(\{a_i\},\{b_j\},\{x_{ij}\})),$$
$$min(\mu_1(a_1),\mu_2(a_2),...,\mu_M(a_M),\mu_1(b_1),\mu_2(b_2),...,\mu_N(b_N))^{\beta}), \quad (7)$$

- addytywne

$$F_2(\{\hat{a}_i\}, \{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\})=\alpha*\lambda(D(\{a_i\},\{b_j\},\{x_{ij}\}))+$$
$$\beta*(\mu_1(a_1)+\mu_2(a_2)+...+\mu_M(a_M)+\mu_1(b_1)+\mu_2(b_2)+...+\mu_N(b_N))/2(N+M), \quad (8)$$

- multiplikatywne

$$F_3(\{\hat{a}_i\}, \{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\}) = \lambda^{\alpha}(D(\{a_i\}, \{b_j\},\{x_{ij}\}))*$$
$$*(\mu_1(a_1)*\mu_2(a_2)*...*\mu_M(a_M)*\mu_1(b_1)*\mu_2(b_2)*...*\mu_N(b_N))^{\beta}, \quad (9)$$

Ostatecznie dla opracowanych metod agregacji można stwierdzić, że optymalizowane rozwiązanie problemu można przedstawić formalnie jako (10)

$$(\{a_i\}, \{b_j\},\{x_{ij}\})_{opt} = arg(\max F_k(\{\hat{a}_i\}, \{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\})), \text{ gdzie } k=1,2,3, \quad (10)$$

gdzie α i β - współczynniki względnej ważności odpowiednio dochodu i ryzyka ($\alpha+\beta=2$);

$\hat{a}_i=[a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]$, $\hat{b}_j=[b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}]$, $\hat{x}_{ij}=[x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3}, x_{ij4}]$,

$0\le F_1, F_2, F_3 \le 1$; $i=1,2..M$, $j=1,2..N$;

Dla znalezienia rozwiązań zagadnień drugiego etapu, będących jednocześnie rozwiązaniami końcowymi problemu dystrybutora, zastosowano algorytm optymalizacji na podstawie bezpośredniego przeszukiwania losowego z wykorzystaniem technik programowania obiektowego. Dla algorytmu bezpośredniego przeszukiwania losowego zakres przeszukiwania został wyznaczony na podstawie rozwiązań etapu pierwszego.

3. Przykład numeryczny.

Dla uproszczenia i przejrzystości rezultatów przypuśćmy że mamy tylko trzech producentów i trzech producentów M=3; N=3.

Wszystkie dane wejściowe przekształcone zostały w trapezoidalne przedziały rozmyte, które przedstawione są w formie cztero punktowej w tablicy 1.

Tablica 1 Postać rozmyto-przedziałowa parametrów zagadnienia (4)-(6)

$\hat{a}_1$=[437, 455, 464, 479], $\hat{a}_2$=[437, 455, 464, 479], $\hat{a}_3$=[587, 605, 614, 629],	$\hat{b}_1$=[387, 405, 414, 429], $\hat{b}_2$=[487, 505, 514, 529], $\hat{b}_3$=[587, 605, 614, 629],	$\hat{z}_{11}$=[277, 295, 304, 319], $\hat{z}_{12}$=[457, 475, 484, 499], $\hat{z}_{13}$=[467, 485, 494, 509],	$\hat{z}_{21}$=[377, 395, 404, 419], $\hat{z}_{22}$=[561, 579, 588, 603], $\hat{z}_{23}$=[272, 290, 299, 314],
$\hat{p}_1$=[417, 435, 444, 459], $\hat{p}_2$=[417, 435, 444, 459], $\hat{p}_3$=[567, 585, 594, 609],	$\hat{q}_1$=[367, 385, 394, 409], $\hat{q}_2$=[467, 485, 494, 509], $\hat{q}_3$=[567, 585, 594, 609],	$\hat{z}_{31}$=[277, 295, 304, 319], $\hat{z}_{32}$=[359, 377, 386, 401], $\hat{z}_{33}$=[576, 594, 603, 618],	

Za pomocą opracowanego algorytmu będącego modyfikacją rozmyto-przedziałową algorytmu simplex (model (4)-(6)) po pierwszym etapie rozwiązania otrzymano rezultaty przedstawione w tablicy 2 służące dalszym obliczeniom.

Tablica 2 Optymalizowane rozmyto-przedziałowe ilości $\hat{x}_{ij}$ transportowanego towaru oraz ich wartości średnie.

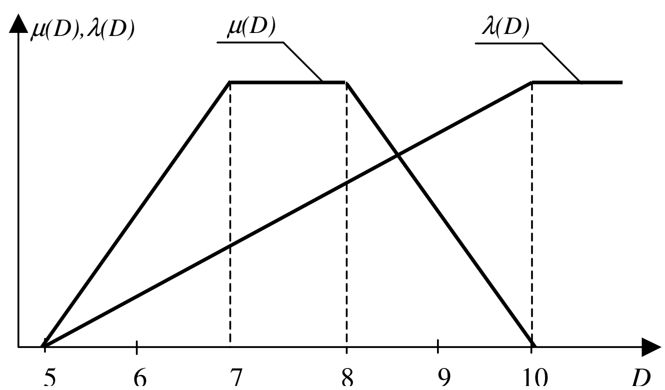
$\hat{x}_{11}$=[240, 374, 446, 576], $\hat{x}_{11śr}$ = 410,	$\hat{x}_{21}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{21śr}$ = 0,	$\hat{x}_{31}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{31śr}$ = 0,
$\hat{x}_{12}$=[0, 32 ,68, 134], $\hat{x}_{12śr}$ = 50,	$\hat{x}_{22}$=[416, 451, 469, 500], $\hat{x}_{22śr}$ = 460,	$\hat{x}_{32}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{32śr}$ = 0,
$\hat{x}_{13}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{13śr}$ = 0,	$\hat{x}_{23}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{23śr}$ = 0,	$\hat{x}_{33}$=[462, 578, 641, 756], $\hat{x}_{33śr}$ = 610.

Optymalizowana rozmyto-przedziałowa wartość dochodu dystrybutora oraz jej wartość średnia:

$\hat{D}$ = [538492, 731536, 829934, 1019833]

$\hat{D}_{śr}$ = 780165.

Otrzymane powyżej wyniki zgodnie z opisaną wcześniej metodologią wykorzystane zostały do dalszych obliczeń.



Rys. 4 Funkcja przynależności dochodu dystrybutora *μ(D)* oraz funkcja *zachłanności λ(D)* dla rozpatrywanego przykładu.

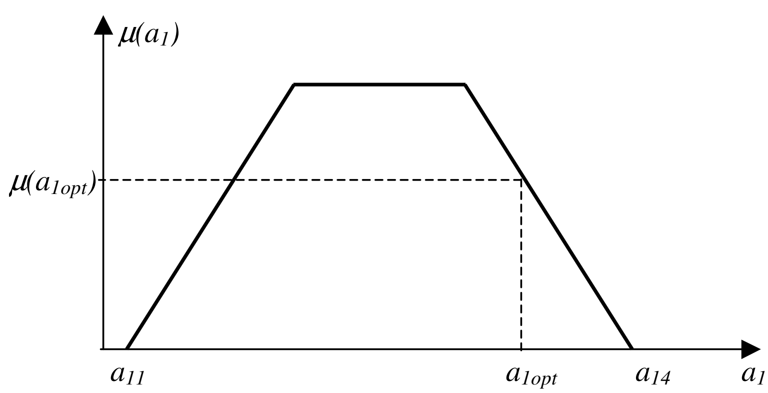
Zastosowanie współczynników względnej ważności w (7)-(9) pozwala na spełnienie preferencji decydenta odnośnie rentowności i ryzyka. Decydent chcąc podjąć większe ryzyko dając sobie przy tym możliwość osiągnięcia większego zysku, lub wybierając mniejszy zysk ale jednocześnie obarczony mniejszym ryzykiem, może tego dokonać właśnie dzięki odpowiedniemu doborowi współczynników względnej ważności.

W przykładzie aby nie rozpatrywać wszystkich możliwości założono że decydent chcąc osiągnąć większy zysk podejmuje związane z tym większe ryzyko i dobiera współczynniki względnej ważności odpowiednio α=1.7 dla zysku oraz β=0.3 dla ryzyka. W wyniku przeprowadzonych obliczeń zgodnie z zależnościami (7)-(9) wyniki dla różnych metod agregacji przedstawione zostały w tablicy 3.

Tablica 3. Rzeczywiste wyniki optymalizacji działalności dystrybutora dla różnych metod agregacji

	multiplikatywna	addytywne	maksymalnego pesymizmu
Kryterium globalne w punkcie optimum	0,22	0,97	0,27
Dochód (średnia wartość)	844259	859701	853706
X_{11}	411	467	421
X_{12}	54	44	50
X_{13}	0	0	4
X_{21}	0	0	0
X_{22}	506	516	518
X_{23}	0	0	0
X_{31}	4	0	0
X_{32}	0	0	0
X_{33}	665	663	666
a_1	465	511	476
a_2	505	516	518
a_3	669	663	666
b_1	415	467	421
b_2	560	560	568
b_3	665	663	670

Rys. 5 przedstawia funkcję wypełnienia kontraktu charakteryzującą ryzyko związane z predsięwzięciem dla addytywnej metody agregacji kryteriów lokalnych. Optymalna wartość a_{1opt}=511 (Tablica 3) odpowiada zwiększonemu ryzyku wynikającemu z doboru współczynników względnej ważności dlatego obserwujemy mniejszą wartośc funkcji $\mu(a_{1opt})$.



Rys. 5 Funkcja charakterystyczna niewypełnienia kontraktów $\mu(a_1)$,dla metody addytywnej.

4. Podsumowanie

W problemie dystrybutora bardzo istotną sprawą jest uwzględnienie niepewności związanej z praktyczną realizacją zagadnienia. Parametry takie jak koszty na poszczególnych trasach czy nawet maksymalne możliwości wytwórcze czy też odbiorcze kontrahentów są wielkościami obarczonymi niepewnością i dodatkowo zależą od aktualnej sytuacji rynkowej. W przedstawionej pracy uwzględnienie niepewności zostało zrealizowane za pomocą liczb rozmyto-przedziałowych w postaci α-przekrojów, za pomocą których bazując na wiedzy specjalistów z dziedziny problemu a także osób podejmujących decyzje opisane zostały wszystkie niepewne parametry modelu. Jak udowodniono w [11] podejście to jest co najmniej nie gorsze od klasycznego podejścia Monte–Carlo co pozwala na zastosowanie go do rozwiązania pierwszego etapu problemu.

Zastosowanie rozwiązania rozmyto-przedziałowego pozwoliło oszacować wachania dochodu dystrybutora oraz wartości towarów transportowanych na wybranych trasach i ocenić ich ryzyko. Nie są to jednak dane rzeczywiste, które mogą służyć do sporządzenia umów pomiędzy dystrybutorem a kontrahentami. Celem znalezienia optymalnego rozwiązania w znalezionych na etapie rozmyto-przedziałowym wynikach zastosowano wielokryterialne podejście do problemu traktując maksymalizację dochodu i minimalizację związanego z nim ryzyka jako kryteria lokalne składające się na globalną funkcję celu. Zadanie zostało rozwiązane przy wykorzystaniu programowania obiektowego.

W celu porównania wyników zastosowano różne metody agregacji kryteriów lokalnych. Przedstawione wyniki prezentują jeden z możliwych układów doboru współczynników względnej ważności za pomocą, których można zmieniać preferencje decydenta.

Wyniki optymalizacji wielokryterialnej porównane zostały z wartościami średnimi rozmyto-przedziałowych wyników pierwszego etapu. Optymalizowane końcowe rozwiązania są większe od wartości średnich rozwiązania rozmyto-przedziałowego ze względu na prezentowany w przykadzie dobór współczynników względnej ważności, z których wynika chęc dystrybutora do zwiększenia zysku przy jednoczesnym podjęciu większego ryzyka. Pomimo tego rozwiązania te są porównywalne z wartościami średnimi rozwiązań pierwszego etapu, a dla innego doboru współczynników względnej ważności wręcz takie same; największe różnice rozwiązań zaobserwowano dla rozwiązań uzyskanych addytywną metodą agregacji kryteriów lokalnych.

Stwierdzić dodatkowo należy, że dla wszystkich metod agregacji rozwiązania końcowe przedstawione w tablicy 3 są bardzo zbliżone. Porównywalne wyniki dla wszystkich metod agregacji wskazują na poprawne znalezienie wartości optymalnych.

LITERATURA

[1] H. Isermann, *The enumeration of all efficient solution for a linear multiple-objective transportation problem*, Naval Research Logistics Quarterly 26 (1979) 123-139;

[2] J.L. Ringuest, D.B. Rinks, *Interactive solutions for the linear multiobjective transportation problem*, European Journal of Operational Research 32 (1987) 96-106.

[3] A.K. Bit, M.P. Biswal, S.S. Alam, *Fuzzy programming approach to multicriteria decision making transportation problem*, Fuzzy Sets and Systems 50 (1992) 135-142.

[4] S.K. Das, A. Goswami, S.S. Alam , *Multiobjective transportation problem with interval cost, source and destination parameters*, European Journal of Operational Research 117 (1999) 100-112

[5] S. Chanas, M. Delgado, J.L Verdegay and M.A. Vila, *Interval and fuzzy extensions of classical transportation problems*, Transportation Planning Technol. 17(1993) 203-218.

[6] S. Chanas, D. Kuchta, *Fuzzy integer transportation problem*, Fuzzy Sets and Systems 98 (1998) 291-298

[7] Waiel F. Abd El-Wahed, *A multi-objective transportation problem under fuzziness*, Fuzzy Sets and Systems 117 (2001) 27-33

[8] P. Sewastianow, P. Róg, K. Karczewski, *A Probabilistic Method for Ordering Group of Intervals*,
Informatyka teoretyczna i stosowana/Computer Science. Politechnika Częstochowska, Rocznik 2, 2 (2002), 45-53

[9] P. Sewastianow, P. Róg, *A Probability Approach to Fuzzy and Crisp Intervals Ordering*,
Task Quarterly 7 No 1 (2003), 147-156, Politechnika Częstochowska

[10] M. Dolata, A. Ptak, *Optymalizacja dystrybucji w warunkach niepewności probabilistycznej*, Informatyka teoretyczna i stosowana/Computer Science. Politechnika Częstochowska, Rocznik 3, 4 (2003) 205-213

[11] M. Dolata, L. Dymowa, J. Grabara, *Rozmyta optymalizacja działalności dystrybutora,* Materiały do 15 Górskiej Szkoły PTI, Efektywność zastosowań systemów informatycznych. Szczyrk 23-27.VI.2003