WIELOKRYTERIALNA ROZMYTA OPTYMALIZCJA DYSTRYBUCJI W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Ludmiła Dymowa, Marek Dolata
dymowa@icis.pcz.czest.pl, mailto:marek@zapr.pl
Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej, Politechnika Częstochowska
ul. Dąbrowskiego 73, 42-200 Częstochowa

Streszczenie. Zagadnienie optymalizacji działalności dystrybutora zostało sformułowane z uwzględnieniem nie tylko kosztów transportu, ale także ograniczeń, związanych z możliwością spełnienia kontraktów, zawartych pomiędzy dystrybutorem i odbiorcami oraz między dystrybutorem i dostawcami. Do formalizacji istniejących niepewności użyte zostały elementy teorii zbiorów rozmytych, pozwalające na uwzględnienie nie tylko obiektywnych informacji, otrzymanych za pomocą statystycznej obróbki danych, ale wiedzy i intuicji specjalistów z dziedziny problemu.

Problem został rozwiązany w dwóch etapach. Dla rozwiązania pierwszego etapu użyto rozmytego uogólnienia tradycyjnej metody programowania liniowego simplex za pomocą programowania obiektowego. Przy tym w realizacji operacji arytmetycznych na liczbach rozmytych użyto procedury ich przedstawienia w postaci sieci α-przekrojów. Istotnym problemem w realizacji tego podejścia jest porównywanie liczb rozmytych, dlatego używano oryginalnej procedury, opartej na probabilistycznej interpretacji przedziałów ostrych i rozmytych. Na tym etapie otrzymano rozwiązania w postaci liczb rozmyto-przedziałowych.

W drugim wielokryterialnym etapie rezultaty pierwszego etapu posłużyły jako podstawa do dalszych obliczeń, dających w wyniku optymalne rzeczywiste wartości szukanych wielkości transportowanych towarów, uwzględniając niepewność transakcji. Rozmyto-przedziałowe rozwiązania pierwszego etapu pozwoliły na sformułowanie kryterium, dotyczącego chęci maksymalizacji dochodu przez dystrybutora i kryterium ryzyka – niewypełnienia podpisanych przez dystrybutora kontraktów. Wychodząc od danych obarczonych niepewnością, dochodzimy do rozwiązania rzeczywistego, uwzględniającego niepewność parametrów zadania, wraz z oszacowaniem ryzyka. Drugi wielokryterialny etap, którego wyniki są wynikami końcowymi procesu optymalizacji, został rozwiązany z wykorzystaniem algorytmu bezpośredniego przeszukiwania losowego za pomocą programowania obiektowego.

Kluczowe słowa: Problem dystrybutora; programowanie liniowe rozmyte; problem transportowy rozmyty, rozmyty algorytm simplex, agregacja kryteriów.

1. Wprowadzenie

Zagadnienie optymalizacji działalności dystrybutora może być sformułowane jako uogólnienie klasycznego problemu transportowego, który jest specjalnym typem zadania programowania liniowego. Źródłem dostaw może być producent, magazyn itp., dla którego przypisane są odpowiednie parametry, podobnie jak dla celu dostaw; dodatkowo znane są koszty transportu na danych trasach. W klasycznym podejściu chodzi o minimalizację kosztów, poniesionych przez pośrednika, podczas transportowania towaru od M producentów do N konsumentów. W opracowanym podejściu postanowiono maksymalizować zysk dystrybutora podczas transportowania towaru od M producentów do N konsumentów z uwzględnieniem niepewności modelu.

Już w 1979 Isermann [1] przedstawił algorytm dla rozwiązywania problemu, przy pomocy którego został wyliczony komplet wszystkich skutecznych rozwiązań. Ringuest i Rinks [2] zaproponowali dwa algorytmy iteracyjne dla rozwiązywania liniowego wielokryterialnego problemu transportowego. Podobne rozwiązanie proponowane zostało w [3].

Dla problemu transportowego zostały opracowane różne efektywne algorytmy, jednakże uwzględniające stałe parametrów zadania, opisane w postaci liczb rzeczywistych. Takie warunki w rzeczywistości są spełnione rzadko, albo niemalże nigdy, ze względu na wahania parametrów; przykładowo ciężko ustalić stały koszt dla określonej trasy. W pracy [4] taki problem był rozwiązany w warunkach przedziałowej niepewności kosztów transportowych.

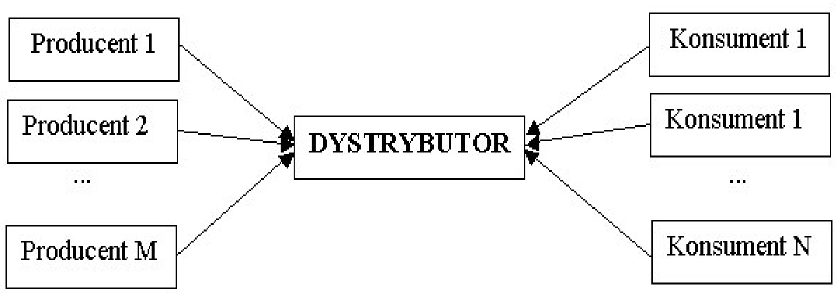
W pracach S.Chanasa i D. Kuchty [5, 6] rozwinięto podejście, oparte na rozmyto-przedziałowym przedstawieniu niepewnych parametrów modelu. Rozwój tego podejścia przedstawiony jest w pracy [7].

Ogólną charakterystyką omówionych prac jest wprowadzenie ograniczeń, dotyczących formy funkcji przynależności. To pozwala autorom przekształcić pierwotny problem rozmytego programowania liniowego w sieć zwykłych zadań programowania liniowego za pomocą procedur analitycznych. W praktyce jednak funkcje przynależności, opisujące parametry niepewne używanych modeli mogą mieć dość skomplikowane formy. Oprócz tego istotnym momentem opracowania algorytmów programowania rozmytego jest niezbędność porównywania liczb rozmytych. Istnieje wiele podejść do tego, ale będziemy używali podejścia probabilistycznego [8, 9], pozwalającego za pomocą tylko jednego, zupełnie naturalnego założenia, stwierdzającego, że przedział jest przedziałem liczby losowej ze stałą gęstością prawdopodobieństwa, otrzymać cały zbiór operacji porównywania przedziałów ostrych, przedziałów rozmytych (z użyciem α-przekrojów) oraz przedziałów i liczb rzeczywistych. Proponowane podejście pozwala na bezpośrednie rozmyte rozszerzenie klasycznego algorytmu simplex z implementacją metody za pomocą programowania obiektowego.

Ze względu na to, że rozmyto-przedziałowe rozszerzenie problemu dystrybutora pozwala na uzyskanie rozmyto-przedziałowych wyników, a dystrybutor do sporządzenia kontraktów potrzebuje optymalizowanych danych rzeczywistych, problem dystrybutora został rozwiązany w dwóch etapach. Pierwszy etap stanowi rozmyto-przedziałowe rozszerzenie metody simplex; drugi etap jest wielokryterialny, dla którego rozmyto-przedziałowe wyniki pierwszego etapu stanowią dane wejściowe. Dzięki zastosowaniu różnych metod agregacji kryteriów lokalnych w wyniku drugiego etapu otrzymano rzeczywiste optymalizowane wartości transportowanych wielkości.

2. Matematyczna struktura problemu

Problem dystrybutora, przedstawiony na rys. 1, można zdefiniować przyjmując, że pośrednik zaopatruje się u M producentów i dostarcza towar do N konsumentów.



Rys. 1. Graficzna prezentacja problemu dystrybutora

Założono, że wiadome są maksymalne możliwości producentów, dotyczące ilości wyprodukowanego, towaru wynoszące $\boldsymbol{a}_i$, (i=1,2,..., M) i maksymalne zdolności odbioru towarów przez konsumentów $\boldsymbol{b}_j$, (j=1, 2,...,N). Dystrybutor posiada informację o cenach za jednostkę towaru, który kupuje u każdego producenta i o cenach sprzedaży dla każdego konsumenta. Wiadomo, że straty na dostarczenie jednostki towaru od *i-tego* producenta do *j*-tego konsumenta są równe $\boldsymbol{c_{ij}}$, (i=1,2,..., M; j=1, 2,...,N). Zgodnie z zawartymi umowami dystrybutor jest zobowiązany kupować u *i*-tego producenta minimum $\boldsymbol{p_i}$ jednostek towaru po cenie $\boldsymbol{t_i}$ za jednostkę oraz gwarantować dostarczenie *j*-temu konsumentowi minimum $\boldsymbol{q_j}$ jednostek tego towaru po cenie $\boldsymbol{s_j}$ za jednostkę. Całą ilość towaru powyżej omówionej w kontrakcie wartości $\boldsymbol{p_i}$, dystrybutor kupuje po cenie promocyjnej $\boldsymbol{k_i}$ za jednostkę. Z kolei konsument kupuje całą ilość towaru powyżej $\boldsymbol{q_j}$ także po cenie promocyjnej $\boldsymbol{r_j}$ za jednostkę. Rozwiązaniem problemu są optymalizowane ilości towaru, kupowanego u każdego *i*-tego producenta oraz dostarczonego i sprzedanego *j*-temu konsumentowi $\boldsymbol{x_{ij}}$ (i=1,2,..., M; j=1, 2,...,N), w warunkach ograniczeń związanych z podpisanymi umowami z producentami i konsumentami, dotyczącymi ilości kupna i sprzedaży.

W wyniku dochód dystrybutora $\boldsymbol{D}$ może być przedstawiony przez wyrażenie

$$D = \sum_{j=1}^{N}\left(q_j * s_j\right) - \sum_{i=1}^{M}\left(p_i * t_i\right) - \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\left(c_{ij} * x_{ij}\right) + \\ + \sum_{j=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij} - q_j\right) * r_j - \sum_{i=1}^{M}\left(\sum_{j=1}^{N} x_{ij} - p_i\right) * k_i \qquad (1)$$

W rezultacie zadanie redukuje się do znalezienia wszystkich $\boldsymbol{x_{ij}}$, maksymalizujących dochód D przy ograniczeniach:

- dotyczących górnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} \le a_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} x_{ij} \le b_j (j = 1..N); \qquad (2)$$

- dotyczących dolnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} x_{ij} \ge p_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} x_{ij} \ge q_j (j = 1..N). \qquad (3)$$

Sformułowany problem można rozwiązać jako zadanie programowania liniowego przy wykorzystaniu algorytmów programowania liniowego np. algorytmu simplex.

Uwzględniając, że wszystkie parametry w (1)-(3) są danymi niepewnymi, będziemy przedstawiali je za pomocą liczb rozmytych o trapezoidalnej formie.

Wtedy zagadnienie optymalizacji działalności dystrybutora może być przedstawione w formie:

$$\hat{D} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left(\hat{z}_{ij} * \hat{x}_{ij} \right) \rightarrow \max \tag{4}$$

- ograniczenia, dotyczące górnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} \hat{x}_{ij} \leq \hat{a}_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} \hat{x}_{ij} \leq \hat{b}_j (j = 1..N); \tag{5}$$

- ograniczenia, dotyczących dolnych granic popytu i podaży

$$\sum_{j=1}^{N} \hat{x}_{ij} \geq \hat{p}_i (i = 1..M); \qquad \sum_{i=1}^{M} \hat{x}_{ij} \geq \hat{q}_j (j = 1..N), \tag{6}$$

gdzie $\hat{z}_{ij} = \hat{r}_j - \hat{k}_i - \hat{c}_{ij}$ dla każdego i=1..M, j=1..N.

W wyrażeniach (4)-(6) $\hat{D}$, $\hat{z}_{ij}$, $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{q}$, $\hat{p}$ są liczbami rozmytymi.

W rezultacie otrzymamy zagadnienie maksymalizacji rozmytego dochodu (4) w warunkach ograniczeń (5) i (6).

W praktyce często mamy problem związany z różnymi dokładnościami przedstawienia danych niepewnych. Na przykład część opisanych powyżej parametrów może być przedstawiona w postaci trapezoidalnych liczb rozmytych na podstawie opinii ekspertów. Druga część może mieć postać np. histogramu lub gęstości prawdopodobieństwa w dość skomplikowanej formie otrzymaną w wyniku badań statystycznych. W tych wypadkach zasady ogólno metodologiczne sugerują przekształcenie wszystkich danych do formy o najmniejszym poziomie dokładności. Z tego też względu istnieje potrzeba transformacji danych, przedstawionych w postaci rozkładu prawdopodobieństwa lub histogramu, do funkcji przynależności do liczby rozmyto-przedziałowej. Opracowany algorytm, budujący funkcję przynależności na podstawie gęstości zmiennych losowych, jeżeli takie istnieją, lub bezpośrednio na podstawie histogramu, przedstawiono w [10]. Metoda ta pozwala przedstawić wszystkie dane niepewne w jednolitej formie trapezoidalnych liczb rozmytych.

Proponowana metoda rozwiązania zagadnienia programowania rozmytego (4)-(6), realizowana za pomocą przedstawienia wszystkich liczb rozmytych w postaci zbiorów odpowiednich α-przekrojów, faktycznie redukuje zagadnienie rozmyte w sieć zagadnień programowania ostro-przedziałowego z wykorzystaniem probabilistycznej metody porównywania przedziałów [8, 9].

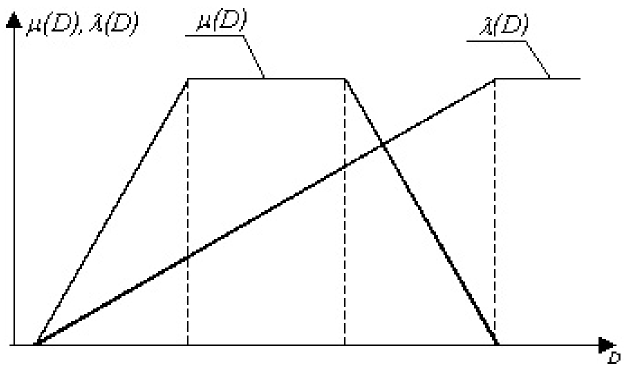
Na tym etapie jako wyniki optymalizacji otrzymujemy wartości $\hat{x}_{ij}$ transportowanego towaru od *i*-tego producenta do *j*-tego konsumenta oraz wartość oczekiwaną dochodu $\hat{D}$ w postaci trapezoidalnych liczb rozmyto-przedziałowych, uwzględniających niepewność.

Rozmyto-przedziałowe wyniki optymalizacji są interesujące z punktu widzenia metodologii rozwiązania problemu dystrybutora. Jednakże w praktyce dystrybutor wymaga, aby optymalne rozwiązanie zaprezentowane zostało w postaci liczb rzeczywistych, które posłużą do sporządzenia umów z dostawcami i odbiorcami. Rozwiązanie to powinno jednak również uwzględniać niepewność.

W celu otrzymania rzeczywistych wyników optymalizacji problem dystrybutora został rozwiązany w dwóch etapach. Opisany już pierwszy etap, w wyniku którego otrzymano optymalizowane rozmyto-przedziałowe wartości towarów transportowanych od *i*-tego producenta do *j*-tego konsumenta oraz rozmyto-przedziałową wartość dochodu, pozwolił na sformułowanie wielokryterialnego drugiego etapu, w wyniku którego otrzymano optymalizowane rzeczywiste wartości transportowanych towarów.

Wyznaczony w pierwszym etapie rozmyto-przedziałowy dochód $\hat{D}$ pozwala na określenie zakresu zmian realnego dochodu dystrybutora z uwzględnieniem niepewności; pozwala on zatem na sformułowanie funkcji $\lambda(D)$, która będzie odzwierciedleniem chęci maksymalizowania dochodu przez dystrybutora. Funkcję tę, przedstawioną na rys. 2, można umownie nazwać funkcją *zachłanności* (funkcją bezwzględnego dążenia do zysku), ponieważ nie uwzględnia ona ryzyka, a jedynie chęć maksymalizacji zysku w przedziale możliwych wartości zysku, określonego przez otrzymany w pierwszym etapie rozmyty dochód $\hat{D}$.

Funkcja $\lambda(D)$ (rys. 2) odzwierciedla intencję dystrybutora dla maksymalizowania dochodu, nie rozważając zmniejszenia możliwości maksymalizacji dochodu z powodu zwiększenia ryzyka. Takiego rodzaju ryzyka mogą być formalizowane niejawnie za pomocą ograniczenia na ilości towarów, kupionych i sprzedanych przez dystrybutora.

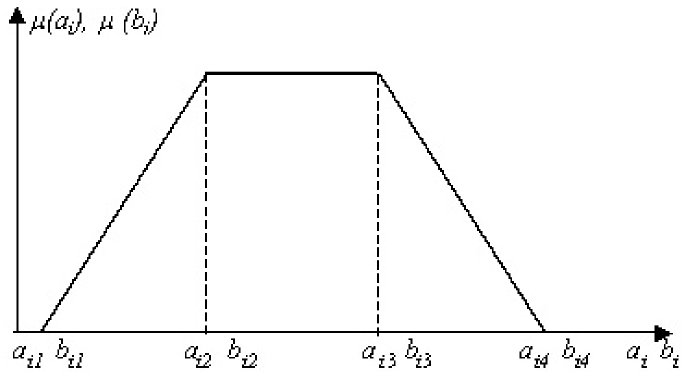


Rys. 2 Funkcja przynależności dochodu dystrybutora $\mu(D)$ oraz funkcja chęci osiągnięcia dochodu (*zachłanności*) $\lambda(D)$

Chęć dystrybutora, co do maksymalizowania dochodu jest sprzeczna z intencją minimalizacji ryzyka. Dlatego potrzebne jest znalezienie kompromisu. Sformułujmy zagadnienie w inny sposób. Tak jak wcześniej, mamy M producentów i N konsumentów. Wiadome rozmyte przedziały ilości sprzedaży $\{\hat{a}_i\}(i=1,2..M)$, i kupna $\{\hat{b}_j\}(j=1,2..N)$, straty na dostarczenie jednostki towaru od j–tego producenta do i-tego konsumenta $\{\hat{c}_{ij}\}(i=1,2..M, j=1,2..N)$.

Rozwiązaniem problemu są optymalizowane ilości (liczby rzeczywiste) kupna $\{a_i\}$, i sprzedaży $\{b_j\}$ oraz $\{x_{ij}\}$ $(i=1,2,...,M;\ j=1,2,...,N)$, takie, które dostarczają najlepszego kompromisu pomiędzy kryteriami maksymalizacji dochodu dystrybutora D i minimalizacji niepewności rezultatu – ryzyka.

W wielokryterialnym drugim etapie zadania, jako kryteria lokalne, rozpatrujemy $\lambda(D)$ – kryterium maksymalizacji globalnego dochodu (funkcja *zachłanności*) oraz kryteria, przedstawione przez funkcję przynależności (użyteczności) $\mu(a_i)$ $(i=1,2..M)$, $\mu(b_j)$ $(j=1,2..N)$, charakteryzujące kontrowersyjne zapotrzebowanie maksymalizacji ilości kupna i sprzedaży oraz minimalizacji związanego z nimi ryzyka. Funkcje $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$, gdzie, zgodnie z rys. 3, $a_{i1} \le a_i \le a_{i4}$ oraz $b_{j1} \le b_j \le b_{j4}$, $(i=1,2..M)$, $(j=1,2..N)$, można traktować jako funkcje charakterystyczne ryzyka – czyli stopnia niewypełnienia kontraktów przez dystrybutora. To kryterium można też rozpatrywać jako rozmyte ograniczenie na sterujące parametry a_i – możliwości wytwórcze i-tego producenta oraz b_j – możliwości odbiorcze j-tego konsumenta.



Rys. 3 Funkcje charakterystyczne ryzyka – niewypełnienia kontraktów $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$

Dlatego, że $\lambda(D)$ najmocniej charakteryzuje zapotrzebowanie maksymalizacji dochodu w warunkach ograniczeń na dochód *D,* otrzymanych w pierwszym etapie, głównym sensem kryteriów $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$ jest minimalizacja ryzyka, czyli wypełnienia kontraktów. Jasne, że rozpatrywane kryteria lokalne są nierówno ważne z punktu widzenia dystrybutora. Jednak od początku można rozpatrywać kryteria $\mu(a_i)$, $\mu(b_j)$ jako równoważne, które razem wzięte charakteryzują uogólnione ryzyko. Dla rozwiązywania problemu formułuje się kryterium globalne jako agregowanie wszystkich lokalnych kryteriów z uwzględnieniem współczynników ich względnej ważności.

Takie kryterium jednocześnie uwzględnia stopień dostrzeżenia określonego poziomu dochodu i stopień spełnienia ograniczeń, jednocześnie charakteryzujących ryzyko. Dla formułowania kryterium uogólnionego można używać różnych sposobów agregowania:

- maksymalnego pesymizmu

$$F_1(\{\hat{a}_i\},\{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\}) = \min(\lambda^{\alpha}(D(\{a_i\},\{b_j\},\{x_{ij}\})), \min(\mu_1(a_1),\mu_2(a_2),\ldots,\mu_M(a_M),\mu_1(b_1),\mu_2(b_2),\ldots,\mu_N(b_N))^{\beta}), \quad (7)$$

- addytywne

$$F_2(\{\hat{a}_i\},\{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\})=\alpha*\lambda(D(\{a_i\},\{b_j\},\{x_{ij}\}))+ \beta*(\mu_1(a_1)+\mu_2(a_2)+\ldots+\mu_M(a_M)+\mu_1(b_1)+\mu_2(b_2)+\ldots+\mu_N(b_N))/2(N+M), \quad (8)$$

- multiplikatywne

$$F_3(\{\hat{a}_i\},\{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\}) = \lambda^{\alpha}(D(\{a_i\},\{b_j\},\{x_{ij}\}))* *(\mu_1(a_1)*\mu_2(a_2)*\ldots*\mu_M(a_M)*\mu_1(b_1)*\mu_2(b_2)*\ldots*\mu_N(b_N))^{\beta}, \quad (9)$$

Ostatecznie dla opracowanych metod agregacji można stwierdzić, że optymalizowane rozwiązanie problemu można przedstawić formalnie jako (10)

$(\{a_i\},\{b_j\},\{x_{ij}\})_{opt}=arg(maxF_k(\{\hat{a}_i\},\{\hat{b}_j\},\{\hat{x}_{ij}\}))$, gdzie k=1,2,3, (10)

gdzie α i β - współczynniki względnej ważności odpowiednio dochodu i ryzyka ($\alpha+\beta$=2);

$\hat{a}_i=[a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}]$, $\hat{b}_j=[b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}]$, $\hat{x}_{ij}=[x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3}, x_{ij4}]$,

$0\le F_1, F_2, F_3 \le 1$; i=1,2..M, j=1,2..N;

Dla znalezienia rozwiązań zagadnień drugiego etapu, będących jednocześnie rozwiązaniami końcowymi problemu, zastosowano algorytm optymalizacji na podstawie bezpośredniego przeszukiwania losowego z wykorzystaniem technik programowania obiektowego. Dla algorytmu bezpośredniego przeszukiwania losowego zakres przeszukiwania został wyznaczony na podstawie rozwiązań etapu pierwszego.

3. Przykład

Dla uproszczenia i przejrzystości rezultatów przypuśćmy, że mamy tylko trzech producentów i trzech konsumentów M=3; N=3.

Wszystkie dane wejściowe przekształcone zostały w trapezoidalne przedziały rozmyte, które przedstawione są w formie cztero punktowej w tablicy 1.

Tablica 1 Postać rozmyto-przedziałowa parametrów zagadnienia (4)-(6)

$\hat{a}_1$=[437, 455, 464, 479], $\hat{a}_2$=[437, 455, 464, 479], $\hat{a}_3$=[587, 605, 614, 629],	$\hat{b}_1$=[387, 405, 414, 429], $\hat{b}_2$=[487, 505, 514, 529], $\hat{b}_3$=[587, 605, 614, 629],	$\hat{z}_{11}$=[277, 295, 304, 319], $\hat{z}_{12}$=[457, 475, 484, 499], $\hat{z}_{13}$=[467, 485, 494, 509],
$\hat{p}_1$=[417, 435, 444, 459], $\hat{p}_2$=[417, 435, 444, 459], $\hat{p}_3$=[567, 585, 594, 609],	$\hat{q}_1$=[367, 385, 394, 409], $\hat{q}_2$=[467, 485, 494, 509], $\hat{q}_3$=[567, 585, 594, 609],	$\hat{z}_{31}$=[277, 295, 304, 319], $\hat{z}_{32}$=[359, 377, 386, 401], $\hat{z}_{33}$=[576, 594, 603, 618],
$\hat{z}_{21}$=[377, 395, 404, 419], $\hat{z}_{22}$=[561, 579, 588, 603], $\hat{z}_{23}$=[272, 290, 299, 314],		

Za pomocą opracowanego algorytmu, będącego modyfikacją rozmyto-przedziałową algorytmu simplex, po pierwszym etapie rozwiązania modeli (4)-(6) otrzymano rezultaty, przedstawione w tablicy 2.

Tablica 2 Optymalizowane rozmyto-przedziałowe ilości $\hat{x}_{ij}$ transportowanego towaru oraz ich wartości średnie.

$\hat{x}_{11}$=[240, 374, 446, 576], $\hat{x}_{11śr}$ = 410,	$\hat{x}_{21}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{21śr}$ = 0,	$\hat{x}_{31}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{31śr}$ = 0,
$\hat{x}_{12}$=[0, 32 ,68, 134], $\hat{x}_{12śr}$ = 50,	$\hat{x}_{22}$=[416, 451, 469, 500], $\hat{x}_{22śr}$ = 460,	$\hat{x}_{32}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{32śr}$ = 0,
$\hat{x}_{13}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{13śr}$ = 0,	$\hat{x}_{23}$=[0, 0, 0, 0], $\hat{x}_{23śr}$ = 0,	$\hat{x}_{33}$=[462, 578, 641, 756], $\hat{x}_{33śr}$ = 610.

Optymalizowana rozmyto-przedziałowa wartość dochodu dystrybutora oraz jej wartość średnia:

$\hat{D}$ = [538492, 731536, 829934, 1019833] $\hat{D}_{śr}$ = 780165.

Otrzymane powyżej wyniki zgodnie z opisaną wcześniej metodologią wykorzystane zostały do dalszych obliczeń.

Zastosowanie współczynników względnej ważności w (7)-(9) pozwala na spełnienie preferencji decydenta odnośnie zysku i ryzyka. Decydent, chcąc osiągnąć większy zysk, musi się liczyć z podjęciem większego ryzyka, ale może wybrać mniejszy zysk jednocześnie obarczony mniejszym ryzykiem.

Wolę decydenta można spełnić dzięki odpowiedniemu doborowi współczynników względnej ważności.

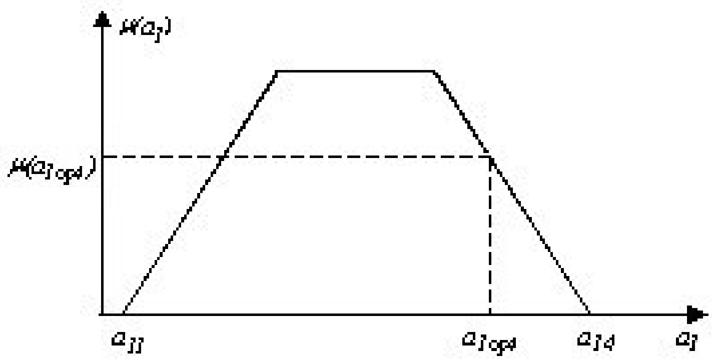
W przykładzie, aby nie rozpatrywać wszystkich możliwości, założono, że decydent, chcąc osiągnąć większy zysk, podejmuje związane z tym większe ryzyko i dobiera współczynniki względnej ważności odpowiednio α=1.7 dla zysku oraz β=0.3 dla ryzyka. W wyniku przeprowadzonych obliczeń zgodnie z zależnościami (7)-(9), wyniki dla różnych metod agregacji przedstawione zostały w tablicy 3.

Tablica 3. Rzeczywiste wyniki optymalizacji działalności dystrybutora dla różnych metod agregacji.

	multiplikatywne	addytywne	maksymalnego pesymizmu
Kryterium globalne w punkcie optimum	0.22	0.97	0.27
Dochód (średnia wartość)	844259	859701	853706
x_{11}	411	467	421
x_{12}	54	44	50
x_{13}	0	0	4
x_{21}	0	0	0
x_{22}	506	516	518
x_{23}	0	0	0

x_{31}	4	0	0
x_{32}	0	0	0
x_{33}	665	663	666
a_1	465	511	476
a_2	505	516	518
a_3	669	663	666
b_1	415	467	421
b_2	560	560	568
b_3	665	663	670

Rys. 4 przedstawia funkcję wypełnienia kontraktu, charakteryzującą ryzyko, związane z przedsięwzięciem. W przykładzie, dla addytywnej metody agregacji kryteriów lokalnych optymalna wartość a_{1opt}=511 (Tablica 3) odpowiada zwiększonemu ryzyku, wynikającemu z doboru współczynników względnej ważności. Dlatego obserwujemy mniejszą wartość funkcji $\mu(a_{1opt})$.



Rys. 4 Funkcja charakterystyczna niewypełnienia kontraktów $\mu(a_1)$ dla metody addytywnej.

4. Podsumowanie

Najbardziej istotną sprawą w problemie dystrybutora jest uwzględnienie niepewności, związanej z praktyczną realizacją zagadnienia. Większość parametrów zagadnienia takich jak na przykład koszty na poszczególnych trasach czy nawet maksymalne możliwości wytwórcze czy też odbiorcze kontrahentów są wielkościami obarczonymi niepewnością i dodatkowo zależą od aktualnej sytuacji rynkowej. W przedstawionej pracy uwzględnienie niepewności zostało zrealizowane za pomocą liczb rozmyto-przedziałowych w postaci α-przekrojów, za pomocą których, bazując na wiedzy specjalistów z dziedziny problemu, a także osób podejmujących decyzje, opisane zostały wszystkie niepewne parametry modelu.

Rozmyto-przedziałowego rozwiązanie pozwoliło oszacować wahania dochodu dystrybutora oraz wartości towarów transportowanych na wybranych trasach i ocenić ich ryzyko. Nie są to jednak dane rzeczywiste, które mogą służyć do sporządzenia umów pomiędzy dystrybutorem a kontrahentami. W celu znalezienia optymalnego rozwiązania w znalezionych na etapie rozmyto-przedziałowym wynikach zastosowano wielokryterialne podejście do problemu. Maksymalizację dochodu i minimalizację związanego z nim ryzyka potraktowano jako kryteria lokalne, składające się na globalną funkcję celu. Zadanie zostało rozwiązane przy wykorzystaniu programowania obiektowego.

W celu porównania wyników zastosowano różne metody agregacji kryteriów lokalnych. Przedstawione wyniki prezentują jeden z możliwych układów doboru współczynników względnej ważności, za pomocą których można zmieniać preferencje decydenta.

Wyniki optymalizacji wielokryterialnej porównane zostały z wartościami średnimi rozmyto-przedziałowych wyników pierwszego etapu.

Optymalizowane końcowe rozwiązania są większe od wartości średnich rozwiązania rozmyto-przedziałowego ze względu na prezentowany w przykładzie dobór współczynników względnej ważności, z których wynika chęć dystrybutora do zwiększenia zysku przy jednoczesnym podjęciu większego ryzyka. Pomimo tego rozwiązania te są porównywalne z wartościami średnimi rozwiązań pierwszego etapu, a dla innego doboru współczynników względnej ważności wręcz takie same. Największe różnice rozwiązań zaobserwowano dla rozwiązań, uzyskanych addytywną metodą agregacji kryteriów lokalnych.

Stwierdzić dodatkowo należy, że dla wszystkich metod agregacji rozwiązania końcowe, przedstawione w tablicy 3, są bardzo zbliżone. Porównywalne wyniki dla wszystkich metod agregacji wskazują na poprawne znalezienie wartości optymalnych.

LITERATURA

[1] H. Isermann, *The enumeration of all efficient solution for a linear multiple-objective transportation problem*, Naval Research Logistics Quarterly 26 (1979) 123-139;

[2] J.L. Ringuest, D.B. Rinks, *Interactive solutions for the linear multiobjective transportation problem*, European Journal of Operational Research 32 (1987) 96-106.

[3] A.K. Bit, M.P. Biswal, S.S. Alam, *Fuzzy programming approach to multicriteria decision making transportation problem*, Fuzzy Sets and Systems 50 (1992) 135-142.

[4] S.K. Das, A. Goswami, S.S. Alam , *Multiobjective transportation problem with interval cost, source and destination parameters*, European Journal of Operational Research 117 (1999) 100-112
[5] S. Chanas, M. Delgado, J.L Verdegay and M.A. Vila, *Interval and fuzzy extensions of classical transportation problems*, Transportation Planning Technol. 17(1993) 203-218.
[6] S. Chanas, D. Kuchta, *Fuzzy integer transportation problem*, Fuzzy Sets and Systems 98 (1998) 291-298
[7] Waiel F. Abd El-Wahed, *A multi-objective transportation problem under fuzziness*, Fuzzy Sets and Systems 117 (2001) 27-33
[8] P. Sewastianow, P. Róg, K. Karczewski, *A Probabilistic Method for Ordering Group of Intervals*,
Informatyka teoretyczna i stosowana/Computer Science. Politechnika Częstochowska, Rocznik 2, 2 (2002), 45-53
[9] P. Sewastianow, P. Róg, *A Probability Approach to Fuzzy and Crisp Intervals Ordering*,
Task Quarterly 7 No 1 (2003), 147-156, Politechnika Częstochowska
[10] M. Dolata, L. Dymowa, J. Grabara, *Rozmyta optymalizacja działalności dystrybutora,* Materiały do 15 Górskiej Szkoły PTI, Efektywność zastosowań systemów informatycznych. Szczyrk 23-27.VI.2003