

L. Dymowa, P. Sewastinow

METODOLOGIA ROZWIĄZYWANIA POWIĄZANYCH PROBLEMÓW MODELOWANIA, IDENTYFIKACJI I WIELOKRYTERIALNEJ OPTYMALIZACJI W ZARZĄDZANIU JAKOŚCIĄ PROCESÓW METALURGICZNYCH

1. WROWADZENIE

Nowoczesna metalurgia rozwija się w kierunku uruchamiania mini-hut. W październiku 1984 r. uruchomiona została mini-huta (BMZ) w Żłobinie (Białoruś), zbudowana przez firmę „First-Alpine” (Austria). W artykule zostały przedstawione uogólnione wyniki badań naukowych w tej hucie w zakresie problemów zarządzania jakością.

Wkrótce po uruchomieniu huty powstały problemy związane z gwałtownym wzrostem ilości potrzebnych dla przemysowości gatunków stali, istotnie inną strukturą złomu (nie było w nim, na przykład, aluminiowych puszek po piwie) itd. Przez kierownictwo huty było postawione zadanie osiągnięcia światowego poziomu jakości produkcji przy dopuszczalnych stratach. W podobnych warunkach problem zarządzania jakością zamienia się w zagadnienie optymalizacji wielokryterialnej. Wysoki poziom automatyzacji umożliwił rozwiązanie tych i mnóstwa innych problemów jako zagadnień optymalizacji procesów technologicznych z uwzględnieniem całości kryteriów i ograniczeń oraz zapewnieniu reżymów optymalnych za pomocą systemów sterowania lokalnych i globalnych.

Przy formułowaniu zagadnień optymalizacji powstały tradycyjne problemy, związane z ich niepewnością i wielokryterialnością.

Pierwsza grupa problemów – to bezpośrednio problemy optymalizacji. Między innymi:

- Różne typy i jednostki parametrów jakości, tzn. niezbędność jednoczesnego rozpatrywania, np. wymiarów blachy i temperatury jej powierzchni.
- Jednoczesne istnienie parametrów ilościowych i jakościowych.
- Nierównoważność kryteriów lokalnych, używanych w kryterium globalnym.
- Wieloekstremalność kryterium globalnego.
- Często kryteria lokalne są w stosunkach antagonistycznych, tzn. ulepszenie jakiegoś kryterium lokalnego powoduje automatycznie pogorszenie innego kryterium lokalnego.

Druga grupa problemów związana jest z otrzymaniem adekwatnych modeli matematycznych przydatnych do używania ich w optymalizacji. Modele mogą być zbudowane bezpośrednio przez analizę statystyczną danych eksperymentu. W większości przypadków podobne modele występują w postaci liniowych oraz nieliniowych równań regresyjnych wielu zmiennych. W tych przypadkach, gdy otrzymanie wystarczającej liczby danych eksperymentalnych nie jest możliwe, wykorzystywano modele fenomenologiczne cieplnych i deformacyjnych procesów, na podstawie znanych zasad fizyki, chemii i mechaniki. Dla zapewnienia wystarczającej dokładności podobnych modeli niezbędna jest ich identyfikacja parametryczna, tzn. poszukiwanie niewiadomych wartości parametrów modeli, które zapewniłyby minimalne z możliwych odchylenia danych wyliczonych od eksperymentalnych. Warto zauważyć, że pod względem matematycznym zagadnienia identyfikacji są praktycznie ekwiwalentne zagadnieniom optymalizacji. Ponieważ bezpośrednio wykorzystywanie modeli takiego rodzaju w celach optymalizacji nie jest efektywne ze względu na niedopuszczalne straty czasu pracy komputera, po identyfikacji modele wykorzystywano w eksperymentach numerycznych w celu otrzymania zależności regresyjnych, łączących zmienne zależne (parametry jakości) ze zmiennymi niezależnymi (parametry sterujące). Dlatego że w eksperymentach numerycznych nie jesteśmy ograniczeni możliwościami narzędzi pomiarowych oraz kosztami organizacji i prowadzenia

eksperymentów w pracującym zakładzie, bez poważnych problemów można otrzymać zależności regresyjne dowolnej potrzebnej dokładności w stosunku do pierwotnych modeli fenomenologicznych.

Nasze doświadczenie wskazuje na to, że sukces rozwiązywania problemu jakości zdecydowanie zależy od sposobu formalizowania kryterium globalnego jakości w warunkach w/w trudności. Dlatego najpierw rozpatrzmy niektóre najważniejsze dla praktyki problemy formalizacji zagadnienia optymalizacji, po czym zilustrujemy efektywność opracowanej przez nas metodyki na dwóch konkretnych przykładach: optymalizacji procesu obróbki cieplnej drutu zbrojeniowego po walcowaniu i optymalizacji procesu nagrzewania stali w piecu przejściowym.

2. PROBLEMY FORMUŁOWANIA KRYTERIUM GLOBALNEGO JAKOŚCI PROCESÓW

Charakterystyczną cechą większości rzeczywistych procesów jest ciągłość zmiany parametrów, określających kryterium optymalizacji. W takich warunkach przestrzeń alternatyw jest w zasadzie nieskończona, i zadania takie zwykle rozpatruje się za pomocą formułowania w ten lub inny sposób pewnych agregacji kryterium lokalnych oraz ograniczeń w kryterium globalne, ekstremum którego dostarcza poszukiwane optimum. Wiadomo, że procedura agregacji nie może być do końca sformalizowana i zawsze zależy od specyfiki zadania, celów, doświadczenia i intuicji. To nasuwa oczywisty wniosek, że jednym z ważniejszych problemów jest właśnie sformułowanie globalnego kryterium jakości zarówno dla równoważnych i nierównoważnych kryteriów lokalnych i ograniczeń. Obecnie często stosuje się opracowane już metody, pozwalające agregować kryteria lokalne w pewne uogólnione kryterium globalne. Powstaje jednak zasadnicze pytanie, która z metod jest najskuteczniejsza, której metodzie można najbardziej zaufać i wierzyć w jej rezultaty. W pracy porównano metody agregacji oraz przedstawiono sytuacje, w których można zaufać tej lub innej metodzie.

2.1. Formułowanie zadania podejmowania decyzji

Przed porównaniem metod agregacji należy przypomnieć, na czym polegają zwykle metody optymalizowanego podejmowania decyzji. Formułowanie zadania polega, więc na wyborze pewnego zestawu kryteriów lokalnych μ_i ($i=1, \dots, n$). Kryteria te mogą być przedstawiane zarówno w postaci ilościowej, jak i jakościowej (w formie słownych opisów). Powinny one charakteryzować najważniejsze dla nas cechy obiektów, które będziemy porównywać. Dla kryteriów tych tworzymy następnie odpowiednie funkcje przynależności, które opisują nam ich użyteczność. Przyjmują one wartości od 0 w przedziale niekorzystnym aż do 1 w przedziale wartości najbardziej korzystnych z punktu widzenia danego parametru. W przypadku kryteriów nierównoważnych porównujemy ważność każdej pary kryteriów, wypełniając w ten sposób macierz parzystych porównań, na podstawie której wyliczamy stopnie ważności (rang) W_i ($i=1, \dots, m$). Posiadając także dane wejściowe (określające wszystkie parametry każdego porównywanego obiektu) dla naszego problemu, możemy przejść do agregacji kryteriów.

2.2. Agregowanie kryteriów równoważnych

Wiadomo, że odmienne warianty agregacji kryteriów powodują bardzo różne końcowe rezultaty, co świadczy o dominującej ważności etapu formułowania kryterium globalnego. Oczywistym jest także, że w niektórych zadaniach optymalizacyjnych nie jest obowiązkowe

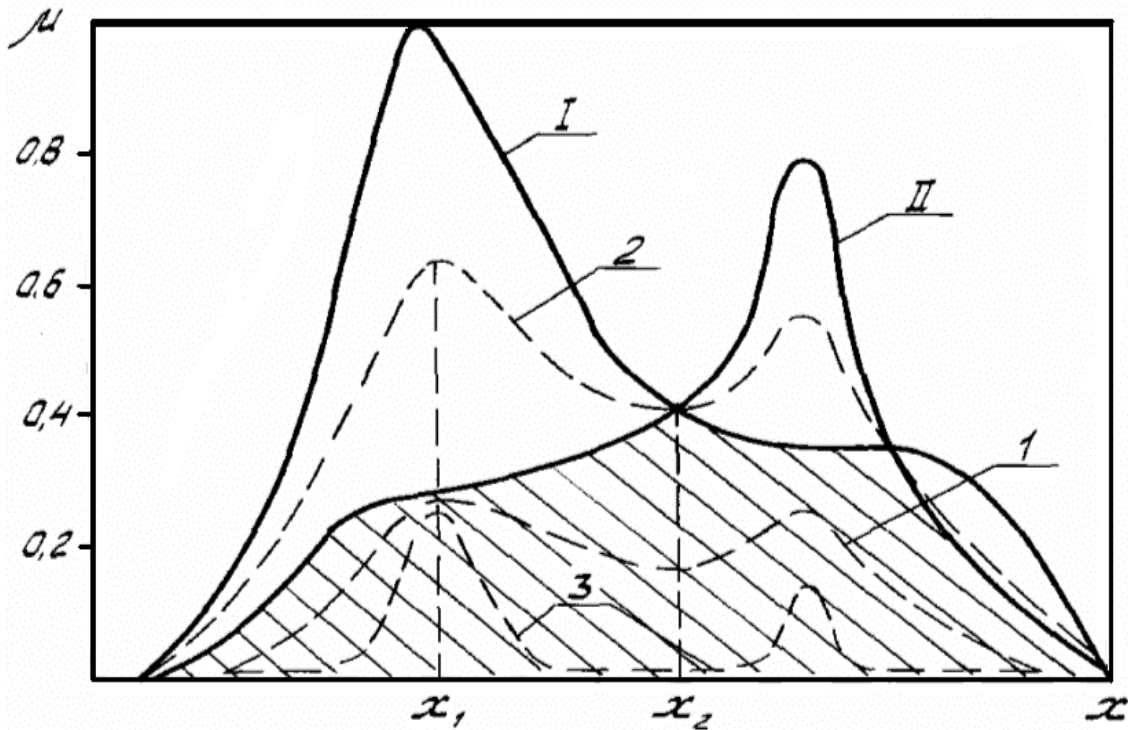
brać pod uwagę ważność kryteriów. Dzieje się tak, gdyż niekiedy wszystkie kryteria lokalne mają taką samą ważność dla osoby lub osób podejmujących decyzje. Sformułujmy zadanie następująco: niech na ciągłym zbiorze alternatyw X zadane są równoważne lokalne kryteria A i B przedstawione odpowiednimi funkcjami użyteczności $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, $x \in X$, mającymi maksima w odpowiednich punktach x_A i x_B . Przy tym spełnione są warunki:

$$\mu_A(x_A) > \mu_B(x_A), \mu_B(x_B) > \mu_A(x_B) \quad (1)$$

Wtedy w punkcie optimum będzie otrzymane maksimum funkcji

$$\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X \quad (2)$$

Interpretację graficzną otrzymanych wyników przedstawiono na rysunku 1.

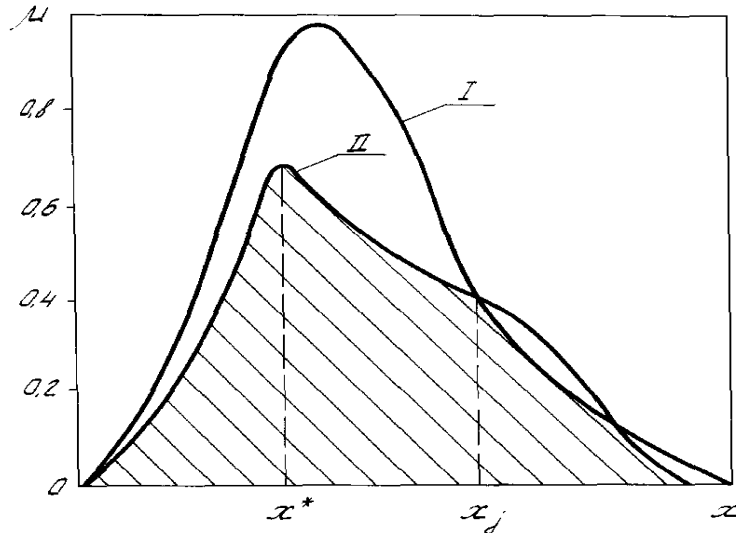


Rysunek 1. Sposoby agregowania lokalnych kryteriów równoważnych. I - $\mu_A(x)$; II - $\mu_B(x)$; 1 - $\mu_C(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$; 2 - $\mu_C(x) = 0.5\mu_A(x) + 0.5\mu_B(x)$; 3 - $\mu_C(x) = \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)$; x_1 - punkt optimum dla wariantów 1, 2, 3; x_2 - punkt optimum dla przecięcia $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

Na rysunku 1 jest widoczne, że funkcja $\mu_C(x)$ w postaci (2) może być traktowana jako funkcja przynależności zbioru C , kreowanego przecięciem zbiorów A i B przedstawionych funkcjami przynależności (użyteczności) $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, tj. $C = A \cap B$.

Widoczne jest, że w punkcie optimum x_2 realizuje się maksimum przecięcia kryteriów lokalnych.

Niespełnienie warunków (1) może prowadzić do sytuacji, kiedy maksimum funkcji $\mu_C(x)$ nie znajduje się w żadnym punkcie przecięcia krzywych $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, co jest pokazane na rysunku 2.



Rysunek 2. Przecięcie kryteriów lokalnych przy niespełnieniu warunków (1): I - $\mu_A(x)$; II - $\mu_B(x)$.

W ostatnim przypadku zapewnione jest tylko zapotrzebowanie maksymalnego spełnienia wymagań kryteriów lokalnych bez ich równowartości w punkcie optimum. Takiego rodzaju sytuacje są typowe dla wielu zadań, w których funkcje użyteczności otrzymane niebezpośrednio np. $\mu(x) = \mu(f(x))$, mogą zachowywać się niemonotonicznie, mieć kilka ekstremów.

Z udowodnionego przez Sevastianov i Tumanov (1990) teorematu wynika, że agregowanie kryteriów lokalnych typu (2) gwarantuje spełnienie wszystkich sformułowanych wymagań co do optymalności rezultatów. Warto podkreślić, że w rozpatrywanym najprostszym przypadku tylko agregowanie (2) zapewnia otrzymanie optimum odpowiadającego tym zapotrzebowaniom. Ostatnie stwierdzenie ilustrowane jest na rysunku 1, gdzie widoczne jest, że najczęściej używane sposoby agregowania kryteriów lokalnych dostarczają punkty ekstremum w dużej odległości od rzeczywistego optimum.

Rozpatrzmy jeszcze jedną ważną cechę agregacji typu (2). Jeżeli interpretować funkcję $\mu_C(x)$ jako funkcję przynależności zbioru $C = A \cap B$, tj. przecięcia zbiorów A i B i traktować optimum jako punkt posiadający największy stopień przynależności do przestrzeni przecięcia kryteriów lokalnych, wtedy jedynym tylko uzasadnionym sposobem formułowania przecięcia zbiorów A i B należy uznać wyrażenie (2). Rzeczywiście w przypadku asymptotycznym $A = B$ naturalne jest wymaganie $A \cap A = A$, co jest równoznaczne z $\mu_C(x) = \mu_A(x)$, tj. powinna być spełniona zasada idempotentności.

Łatwo udowodnić, że ani addytywny, ani multiplikatywny lub jakiś inny sposób przecięcia zbiorów rozmytych, zawierający operacje arytmetyczne, nie zachowuje idempotentności, w związku z czym sens ich używania dla agregowania kryteriów lokalnych jest problematyczny w tym samym stopniu jak problematyczna jest możliwość naturalnej interpretacji nierówności $A \cap A \neq A$.

Wszystko to pozwala wnioskować, że sposób agregowania (2) może być przyjęty jako najlogiczniejszy i uzasadniony w przypadku równoważnych kryteriów lokalnych.

2.3. Agregowanie nierównoważnych kryteriów lokalnych

Jednak większość problemów życiowych wymaga wprowadzenia współczynników względnej ważności kryteriów (rang). Dzieje się tak, gdyż oczywistym jest, że dla jednych osób pewne kryteria mają większe znaczenie, a dla innych osób całkiem inne. Możemy wtedy stosować poniższe metody agregowania kryteriów: maksymalnego pesymizmu (3), addytywne (4), multiplikatywne (5), uwzględniając rangi W_i ($i=1, \dots, m$) wyliczane na podstawie macierzy parzystych porównań lub podane przez eksperta:

$$d_1 = \min\{\mu(x_1)^{w_1}, \mu(x_2)^{w_2}, \dots, \mu(x_N)^{w_N}\} \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{\sum_{i=1}^N W_i \mu(x_i)}{N} \quad (4)$$

$$d_3 = \prod_{i=1}^N \mu(x_i)^{w_i} \quad (5)$$

gdzie $X = (x_1, \dots, x_k)$ - wektor parametrów jakości.

Istnieją inne, ale mniej naturalne metody agregacji, dlatego najczęściej korzysta się właśnie z metod (3)-(5) oraz ich różnych kombinacji. W wielu pracach wskazywano jako najlepszy addytywny sposób agregowania kryteriów. Jednak nie zawsze można zaufać rezultatom tego sposobu agregacji.

Rozpatrzmy więc przypadek nierównoważnych kryteriów. Przypuśćmy, że do nierównoważnych kryteriów lokalnych A i B można przypisać odpowiednie współczynniki względnej ważności α_A i α_B .

Łatwo sprawdzić, że najczęściej używane addytywne $\mu_C(x) = \alpha_A \mu_A(x) + \alpha_B \mu_B(x)$ oraz multiplikatywne $\mu_C(x) = (\mu_A^{\alpha_A}(x) * \mu_B^{\alpha_B}(x))$ sposoby formułowania kryterium globalnego nie gwarantują poprawnych rezultatów zadań optymalizacji. Rzeczywiście w przypadku asymptotycznym $\alpha_A = \alpha_B$ oba warianty jak to wynika z rysunku 1 dostarczają maksima w odległości od rzeczywistego optimum. Sposób agregacji proponowany w [2], w naszym przypadku ma kształt

$$\mu_C(x) = \min(\alpha_A \mu_A(x), \alpha_B \mu_B(x)), \quad (6)$$

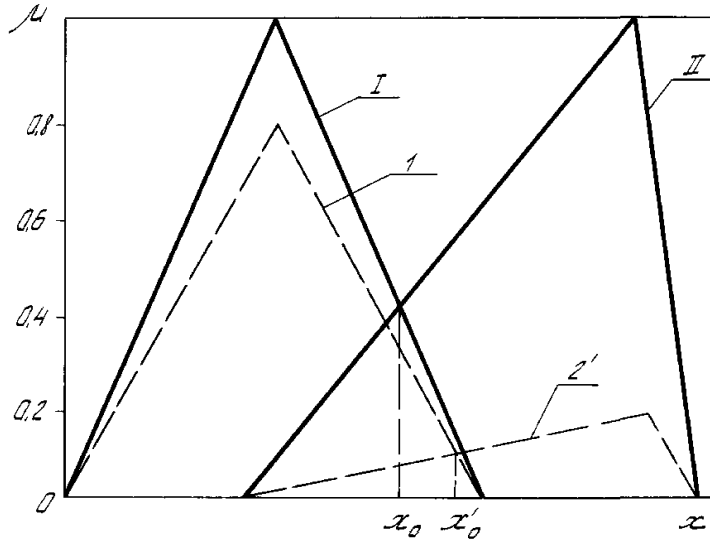
i przy $\alpha_A = \alpha_B = 1$ jest równoznaczny ze sposobem (2). Jednak taki sposób uwzględnienia nierównoważności kryteriów lokalnych w praktyce może powodować rezultaty absurdalne.

Rozpatrzmy sytuację szczegółowiej. Niech kryteria A i B spełniają warunki (1) i (2) z wyjątkiem równoważności kryteriów lokalnych, na przykład A ważniejsze niż B , skąd naturalnie wynika, że $\alpha_A > \alpha_B$. I niech x_0 punktem optimum w wypadku równoważności A i B . To znaczy x_0 maksymalizuje funkcję $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$ i niech x_0' punkt optimum dla nierównoważnych A i B maksymalizujący $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \min(\alpha_A \mu_A(x), \alpha_B \mu_B(x))$. Wtedy x_0' jest jednym z pierwiastków równania: $\alpha_A \mu_A(x) = \alpha_B \mu_B(x)$. Ostatnie wyrażenie można przedstawić w formie:

$$\beta \mu_A(x) = \mu_B(x), \quad \beta = \alpha_A / \alpha_B > 1. \quad (7)$$

Przypuśćmy, że $x_A < x_B$, gdzie x_A, x_B - punkty maksimum funkcji $\mu_A(x)$ i $\mu_B(x)$. Wtedy zestawiając (7) i $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ (sytuacja równoważności kryteriów), a także uwzględniając

monotoniczne zmniejszenie $\mu_A(x)$ i wzrost $\mu_B(x)$ na odcinku $[x_A, x_B]$, można wnioskować, że $x_0' > x_0$. Stąd wynika, że $\mu_A(x_0') < \mu_B(x_0')$, inaczej mówiąc kryterium A spełnia się w mniejszym stopniu niż B, co jest sprzeczne z początkowym założeniem o większym znaczeniu kryterium A. Przeprowadzona powyżej analiza jest ilustrowana na rysunku 3.



Rysunek 3. Agregacja kryteriów rangowanych zgodnie z wyrażeniem $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$: I - $\mu_A(x)$; II - $\mu_B(x)$; 1 - $\mu_A'(x) = 0.8\mu_A(x)$; 2 - $\mu_B'(x) = 0.2\mu_B(x)$.

Oczywistym jest, że dla otrzymania zrozumiałego, nie kontrowersyjnego rezultatu za pomocą agregacji typu (6) należy ważniejsze kryterium pomnożyć przez mniejszą rangę. Jednak jest to sprzeczne z intuicyjnymi poglądami o rangowaniu kryteriów i bardzo utrudnia formalizację zadania optymalizacji lub oceny alternatyw przy dużej ilości kryteriów lokalnych. Inną wadą agregacji (6) jest nieskalowalność funkcji $\mu_C(x)$ na jednostkę, co uniemożliwia ocenę ekstremów lokalnych z punktu widzenia ich odległości od ekstremum globalnego. Warto podkreślić, że w praktyce większość zadań wielokryterialnych jest jednocześnie zadaniami wieloekstremalnymi.

Na podstawie powyższych udowodnień można stwierdzić, że naturalnym uogólnieniem wyrażenia (2), w przypadku nierównoważnych kryteriów odzwierciedlających jakościowy charakter zadania preferencji przy formułowaniu globalnego kryterium jakości, jest agregacja proponowana przez Yagera(1979):

$$\mu'_C(x) = \min(\mu_A^{\alpha_A}(x), \mu_B^{\alpha_B}(x)) \quad (8)$$

gdzie $(\alpha_A + \alpha_B)/2 = 1$.

Oczywiste jest, że w przypadku asymptotycznym tj. przy $\alpha_A = \alpha_B = 1$, agregacja (5) jest równoznaczna z (2). Przypuśćmy, że kryterium A jest ważniejsze od B, tj. $\alpha_A > \alpha_B$. Przez Yagera(1979) pokazano, że w tej sytuacji mamy większe wymagania dla spełnienia kryterium A niż dla B. Przy tym maksymalne wartości kryterium globalnego będą lokalizowane w punkcie bliższym maksimum $\mu_A(x)$ niż maksimum $\mu_B(x)$ i jeśli x_0 – punkt maksimum $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$, a x_0' – punkt maksimum $\mu_C'(x)$, wtedy $\mu_A(x_0') > \mu_B(x_0')$.

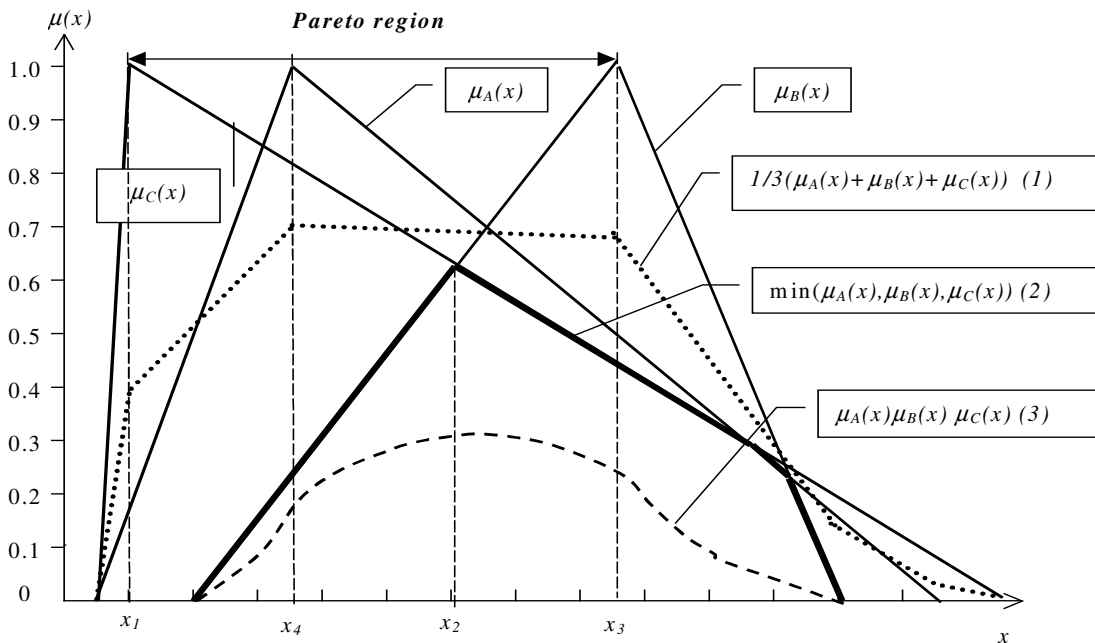
Wyrażenie (8) w sposób naturalny uogólnia się dla przypadku n lokalnych kryteriów:

$$\mu'_C(x) = \mu_1^{\alpha_1}(x) \wedge \mu_2^{\alpha_2}(x) \wedge \dots \wedge \mu_n^{\alpha_n}(x), \quad \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n > 0, \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad (9)$$

gdzie $X = (x_1, \dots, x_k)$ - wektor parametrów jakości, \wedge - jest operacją minimum; $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ - współczynniki względnej ważności, które można otrzymać na przykład używając metody opracowanej przez Chu i in. (1979) na podstawie macierzy parzystych porównań. Ważną pożyteczną cechą agregacji (9) jest fakt zachowania skalowania $\mu_C(x)$ na jednostkę dlatego że wszystkie μ_1, \dots, μ_n też są przeskalowane na jednostkę.

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że używanie strategii opierającej się na wyrażeniu (9) w zadaniach oceny alternatyw oraz optymalizacji w przypadku opisanym kryteriami lokalnymi za pomocą funkcji użyteczności (przynależności) jest najlepszym rozwiązaniem. Jak udowodniono przez Germejera (1971), strategia optymalizacji, na podstawie operacji minimum, tj. strategii "maksymalnego pesymizmu", polegającej na znalezieniu najlepszej alternatywy wśród najgorszych, jest podejściem jedynie gwarantującym niezawodne rezultaty zgodne z naszą intuicją.

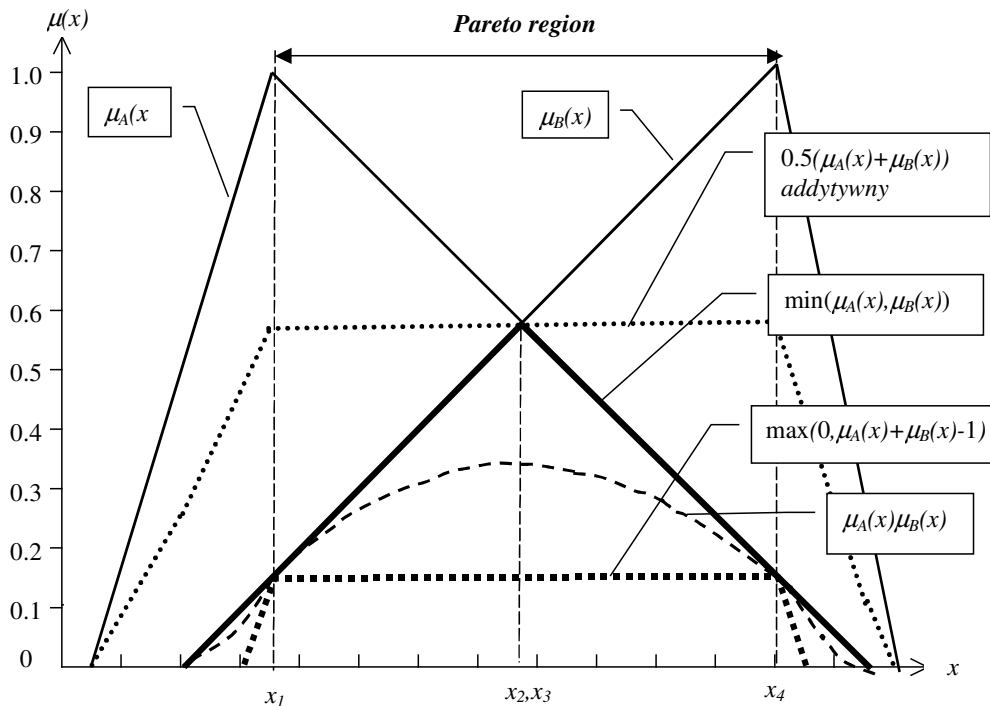
W naszej sytuacji znaczy to, że stopnie spełnienia kryteriów lokalnych w punkcie optimum są nie mniejsze niż stopień spełnienia najmniej ważnego kryterium, przy tym rozwiązanie zadania optymalizacji jest Pareto-optymalne. Jednak w praktyce warunki udowodnionego przez Sevastianov i Tumanov (1990) teorematu nie są zawsze spełnione. Oprócz tego udowodniony teoremat jest prawidłowy wyłącznie w przypadku dwóch lokalnych kryteriów. Zupełnie inna sytuację możemy spotkać już w sytuacji trzech kryteriów lokalnych $\mu_A(x), \mu_B(x), \mu_C(x)$.



Rysunek 4. Agregacja trzech kryteriów za pomocą kryteriów: addytywnego(1), maksymalnego pesymizmu(2) i multiplikatywnego(3).

Jak można zauważyć na rysunku 4, przy równoważnych trzech kryteriach nie możemy z całą pewnością przypuszczać, że punkt x_2 jest optymalny. Dzieje się tak, gdyż w całym Pareto-regionie nie mamy takiego punktu, w którym przecinają się wszystkie 3 kryteria. W

takiej sytuacji możemy stosować agregację typu addytywnego. Należy przy tym jednak zachować pewną ostrożność, ponieważ na przykład w sytuacji, kiedy oba kryteria są do siebie symetryczne, agregacja tego typu może prowadzić do otrzymania niejednoznacznych wyników. Sytuację taką bardzo dobrze odzwierciedla rysunek 5.



Rysunek 5. Porównanie sposobów agregacji kryteriów.

Jednak należy podkreślić, że, jak pokazali Dubois i Koenig(1991), w wielu sytuacjach najbardziej uzasadniona agregacja typu (8) po prostu nie odpowiada doświadczeniu i intuicji osób podejmujących decyzję przy ocenie alternatyw lub optymalizacji.

Dlatego w przypadku skomplikowanych zadań przy dużej ilości lokalnych kryteriów i ograniczeń po otrzymaniu gwarantowanych ocen na podstawie agregacji (9) jest sens zastosować i inne addytywne i multiplikatywne warianty budowania kryterium globalnego. W

przypadku gdy rezultaty otrzymane za pomocą wszystkich używanych sposobów agregacji są podobne, co najmniej na poziomie jakościowym utwierdza nas to w przekonaniu o adekwatności otrzymanych wyników.

Osoby podejmujące decyzję mogą mieć różne poglądy co do efektywności różnych sposobów agregacji. Dlatego powstaje dodatkowy problem agregowania właśnie kryteriów już agregowanych, sformułowany przez Roubens(1997). Na przykład Dubois i Koenig(1991) używali do tego elementy teorii możliwości, przez Yegera(1988) proponowana została tak zwana operacja ważonego uśrednienia, przez Hauke(1999)] rozwija się podejście na podstawie t-skala Yagera, Dyckhoff(1985) oraz Migdalas i Pardalos(1996) zaproponowali metodę hierarchicznego agregowania. Jednak najbardziej popularny jest dzisiaj tak zwany γ -operator, opracowany przez Zimmermana i Zysno(1980,1983):

$$\eta = \left(\prod_i \mu_i \right)^{1-\gamma} \left(1 - \prod_i (1 - \mu_i) \right)^\gamma, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (10)$$

gdzie μ_i – funkcja przynależności lokalnych kryteriów jakości.

Jasne, że wyrażenie (10) jest tylko agregacją addytywną i multiplikatywną uogólnionych kryteriów. Przez Mitra(1988) proponowane są podobne γ -agregacje na podstawie minimum, maksimum oraz kryterium addytywnego:

$$\eta_{or} = \gamma \max_i(\mu_i) + (1-\gamma) \left(\sum_i \mu_i \right) / n \quad (11)$$

$$\eta_{and} = \gamma \min_i(\mu_i) + (1-\gamma) \left(\sum_i \mu_i \right) / n \quad (12)$$

Ostatnie wyrażenia były używane przez Shih i Lee(2000) w zagadnieniach wielopoziomowego podejmowania decyzji. Jako najważniejszy problem stwierdzono brak ścisłych reguł wyboru parametru γ . Przez Choi i Oh(2000) proponowana jest metoda w pewnym stopniu formalizująca wybór parametru γ , jednak wymagająca od eksperta wielkiej ilości dodatkowych informacji, przy tym, co ważniejsze, o charakterze ilościowym. Warto podkreślić, że w wyrażeniach (10)-(12) kryteria lokalne rozpatrywane są jak równoważne. Istotne jest, że ich rangowanie za pomocą np. metody parzystych porównań przedstawia się jako zadanie bardziej skomplikowane i ważniejsze niż wybór parametru γ .

Oprócz tego omówione powyżej podejścia nie pozwalają jednocześnie agregować wszystkich trzech głównych typów kryteriów uogólnionych za pomocą operatorów minimum oraz addytywnego i multiplikatywnego.

W wielu przypadkach może być pożyteczna następująca procedura otrzymania rezultatu kompromisowego, opracowana przez Sevastianov i Tumanov (1990). Niech $\mu_1(x)$, $\mu_2(x)$, $\mu_3(x)$ – pewne warianty agregacji kryteriów lokalnych, np. addytywne, multiplikatywne oraz na podstawie operatora minimum. Przypuśćmy, że w rezultacie maksymalizacji każdej z funkcji μ_1 , μ_2 i μ_3 otrzymano odpowiednie punkty optimum x_1 , x_2 i x_3 . W wyniku badań wartości kryteriów lokalnych u osoby podejmującej decyzję formułuje się pewne preferencje, które można scharakteryzować za pomocą rangowania względnego stopnia adekwatności otrzymanych x_1 , x_2 i x_3 co do wymagań optymalizacji. Niech to rangowanie zadano przez pewne współczynniki względnej ważności α_1 , α_2 , α_3 (które mogą być jednakowe, kiedy przeprowadzenie rangowania x_1 , x_2 i x_3 jest niemożliwe). Wtedy, wprowadzając skalowane na 1 funkcje $\bar{\mu}_1(x) = \mu_1(x) / \mu_1(x_1)$; $\bar{\mu}_2(x) = \mu_2(x) / \mu_2(x_2)$; $\bar{\mu}_3(x) = \mu_3(x) / \mu_3(x_3)$, można

zbudować nowe kryterium globalne, które będziemy nazywać uogólnionym kompromisowym wskaźnikiem jakości.

$$\eta(x) = \min\left(\bar{\mu}_1^{\alpha_1}(x), \bar{\mu}_2^{\alpha_2}(x), \bar{\mu}_3^{\alpha_3}(x)\right) \quad (13)$$

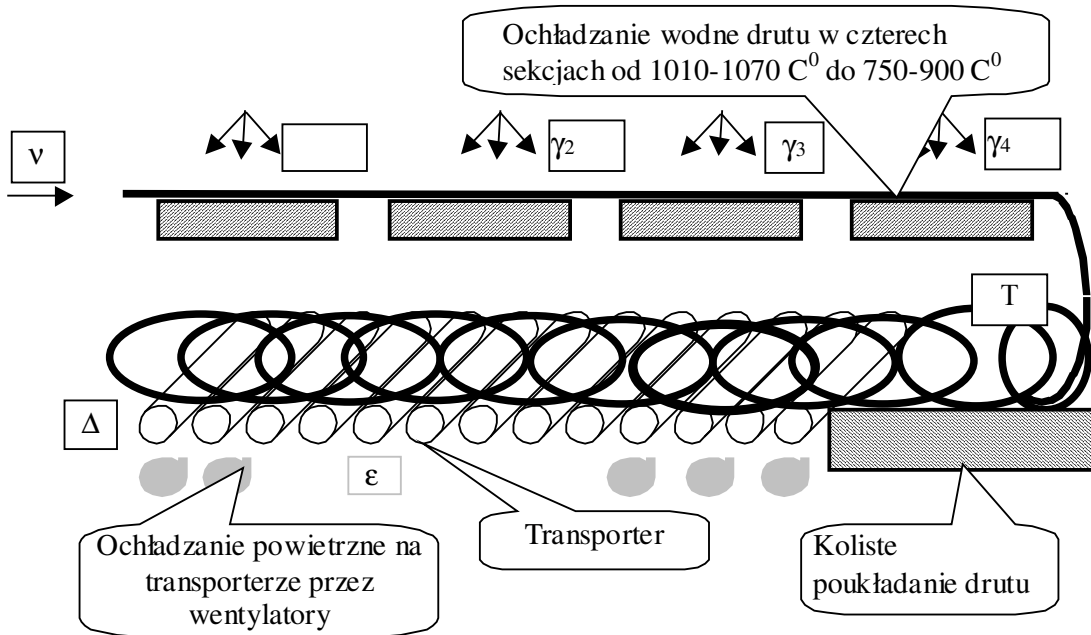
Oczywiście punkt globalnego maksimum $\eta(x)$ będzie przedstawiać pewne kompromisowe rozwiązanie zagadnienia optymalizacji, uwzględniające możliwości dostarczenia warunków optymalnych za pomocą różnych sposobów agregacji kryteriów lokalnych.

Jak wykazano, formułowanie kryterium globalnego nie jest sprawą prostą i dostarcza ona wiele powodów do dyskusji. Jednak przeprowadzone badania pozwalają na uzasadniony wybór sposobu agregacji, dzięki zastosowaniu którego można uniknąć w pewnych sytuacjach absurdalnych rezultatów oceny alterantów.

W następnych przykładach używany został najbardziej rygorystyczny sposób formowania kryterium globalnego – kryterium maksymalnego pesymizmu.

3. ROZMYTA OPTIMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA PROCESU OBRÓBKII CIEPLNEJ DRUTU ZBROJENIOWEGO PO WALCOWANIU

Schemat technologiczny obróbki cieplnej drutu zbrojeniowego po walcowaniu gorącym ma dwa stadia (rysunek 6). Pierwsze – stopniowe ochładzanie wodne drutu w czterech kolejnych sekcjach od $1010 \div 1070 \text{ }^\circ\text{C}$ do $750 \div 900 \text{ }^\circ\text{C}$ i specjalne koliste poukładanie drutu, drugie – ochładzanie powietrzne na transporterze przez wentylatory. Głównym problemem jest optymalizowany wybór parametrów technologicznych oraz najważniejszych składników chemicznych pod względem wielu kryteriów wspólnie charakteryzujących jakość produkcji. W gruncie rzeczy mamy zadanie wielokryterialnej optymalizacji w warunkach niepewności i nierównoważności kryteriów lokalnych z punktu widzenia ich wpływu na jakość produktu.



Rysunek 6. Schemat technologiczny obróbki cieplnej drutu.

Parametry technologiczne są następujące: zużycie względne wody w sekcjach chłodzenia wodnego γ , prędkość ruchu drutu na transporterze v ; względna ilość powietrza, podawanego przez wentylatory ε , stopień ochłodzenia Δ , równy ilości zamkniętych zaworów w systemie chłodzenia.

Parametrami jakości produkcji są: granica wytrzymałości σ_6 , względne zwężenie ψ , względne wydłużenie δ , rozmiar ziarna d , względna grubość warstwy odwęglonej θ .

W rezultacie badań statystycznych otrzymano modele regresyjne określające zależności poszczególnych parametrów jakości drutu od parametrów technologicznych.

Dla temperatury drutu po ochłodzeniu wodnym otrzymano:

$$T = 950.32 - 26.79\gamma \quad (14)$$

z gwarantowaną dokładnością nie mniejszą niż 95% w niezależności od obrabianego gatunku stali.

Dla jednego z najczęściej używanych gatunków stali w rezultacie obróbki statystycznej danych biernych eksperymentów (w trakcie zwykłej pracy przedsiębiorstwa) otrzymano zależności:

$$\sigma_6 = 1251.74 + 0.14 \cdot T + 1336.35 \cdot C + 195.385 \cdot Mn + 1.988 \cdot \varepsilon - 1426.94 \cdot v - 1203.94 \cdot \Delta; \quad (15)$$

$$\delta = 0.169 - 0.00317 \cdot T - 23.55 \cdot C + 8.77 \cdot Mn + 0.0877 \cdot \varepsilon + 29.83 \cdot v + 23.97 \cdot \Delta; \quad (16)$$

$$\psi = 46.566 + 3.75 \cdot 10^{-3} \cdot T - 4.613 \cdot C + 26.34 \cdot Mn + 0.0814 \cdot \varepsilon - 16.327 \cdot v - 20.51 \cdot \Delta; \quad (17)$$

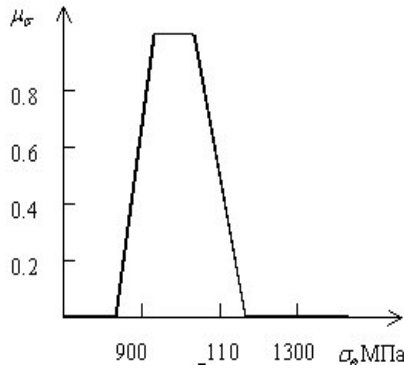
$$d = 0.349 - 3.749 \cdot 10^{-4} \cdot T - 0.1156 \cdot C + 7.429 \cdot 10^{-2} \cdot Mn - 2.8 \cdot 10^{-4} \cdot \varepsilon + 0.189 \cdot v + 0.166 \cdot \Delta; \quad (18)$$

$$\theta = 1.9 - 3.383 \cdot 10^{-3} \cdot T - 1.423 \cdot C - 0.357 \cdot Mn - 4.47 \cdot 10^{-2} \cdot \varepsilon + 4.496 \cdot v + 3.487 \cdot \Delta. \quad (19)$$

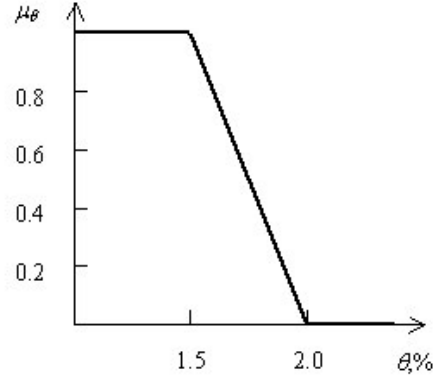
Zależności (16)-(19) są adekwatne względem kryterium Fishera z dokładnością prognozowania parametrów jakości nie mniejszą niż 85%-90%. Próby ulepszenia rezultatów obróbki statystycznej za pomocą wprowadzenia zależności kwadratowych nie odniosły pożądanego skutku. To znaczy nie otrzymano przy tym znacznego zwiększenia dokładności prognozowania. Warto podkreślić, że we wzorach (16)-(19) istnieją tylko dwa składniki chemiczne - magnez (Mn) i węgiel (C). W rezultacie badań statystycznych ustalono, że właśnie te składniki mają statystycznie udowodniony wpływ na jakość produkcji. Inne składniki chemiczne są zwykle dość stabilne i ich koncentracja mało zmienia się w trakcie przygotowywania stali ze złomu, jak jest to przyjęte w danym zakładzie. Przy tym koncentracje C i Mn mogą być aktywnie zmieniane przez technologów w początkowych stadiach przygotowywania stali i właśnie z tego punktu widzenia można w pewnym sensie traktować je jako parametry technologiczne.

Rozpatrywany proces technologiczny charakteryzuje się istnieniem zbioru kryteriów lokalnych jakości i ograniczeń technologicznych, które mogą być w stosunkach antagonistycznych między sobą. To znaczy, ulepszenie jednego kryterium powoduje pogorszenie innego. Jak zauważyli Bellman i Zadeh(1970), jest to źródłem niezbędnej subiektywności w formalizacji zadania optymalizacji wielokryterialnej. Inną przyczyną niepewności subiektywnej może być informacja, używana przy budowaniu lokalnych kryteriów jakości na podstawie doświadczenia i intuicji technologów i innych osób, odpowiedzialnych za jakość produkcji. Dlatego w celu adekwatnej formalizacji zadania wielokryterialnej optymalizacji używaliśmy elementy teorii zbiorów rozmytych, w pewnym sensie przeznaczonym do rozwiązywania właśnie takiego rodzaju sytuacji.

Dla formalizacji lokalnych kryteriów i ograniczeń używaliśmy funkcji użyteczności, wzrastających od zera do jednostki przy zmianie parametru jakości w zakresie od wartości niedopuszczalnych do wartości pożądanych, najlepszych. Funkcje użyteczności najważniejszych kryteriów lokalnych przedstawiono na rysunkach 7 i 8.



Rysunek 7. Funkcja użyteczności σ_ϵ .



Rysunek 8. Funkcja użyteczności θ .

W analogiczny sposób zbudowano funkcje użyteczności pozostałych kryteriów jakości $\mu_\psi(\psi)$, $\mu_d(d)$, $\mu_\delta(\delta)$ i ograniczeń na koncentracje C i Mn : $\mu_C(C)$, $\mu_{Mn}(Mn)$. Na sterujące parametry technologiczne T , v , ϵ , Δ nałożono zwykłe ograniczenie typu nierówności (to znaczy określone przedziały ich wartości dopuszczalnych).

Ponieważ sformułowane lokalne kryteria jakości i ograniczenia w praktyce mogą być spełnione w różnych zakresach wartości sterujących parametrów technologicznych, rozwiązanie optymalizowane uzyskano jako pewien kompromis kontrowersyjnych względnie różnych kryteriów zapotrzebowania. Dlatego lokalne kryteria i ograniczenia agregowano w kryterium globalne z uwzględnieniem współczynników ich ważności (rang $\alpha_1, \dots, \alpha_7$) w globalnej ocenie jakości produkcji.

Zgodnie z wynikami badań teoretycznych przeprowadzonych przez Sevastianov i Tumanov (1990) kryterium globalne przedstawiono w formie (20).

$$D(C, Mn, T, v, \epsilon, \Delta) = \min(\mu_\sigma^{\alpha_1}(\sigma_\epsilon(T, C, Mn, v, \epsilon, \Delta)), \mu_\delta^{\alpha_2}(\delta(T, \dots, \Delta)), \mu_\psi^{\alpha_3}(\psi(T, \dots, \Delta)), \mu_\theta^{\alpha_4}(\theta(T, \dots, \Delta)), \mu_d^{\alpha_5}(d(T, \dots, \Delta)), \mu_C^{\alpha_6}(C), \mu_{Mn}^{\alpha_7}(Mn)) \quad (20)$$

Ilościowe oceny rang otrzymane na podstawie macierzy parzystych lingwistycznych porównań ważności lokalnych kryteriów i ograniczeń zgodnie z metodą, opracowaną przez Saaty (1997).

Dalej poszukiwaliśmy punkt optimum, maksymalizując już kryterium globalne:

$$(C, Mn, T, \epsilon, v, \Delta)_{onm} = \arg \max_{C, Mn, T, \epsilon, v, \Delta} (D(C, Mn, T, \epsilon, v, \Delta)) \quad (21)$$

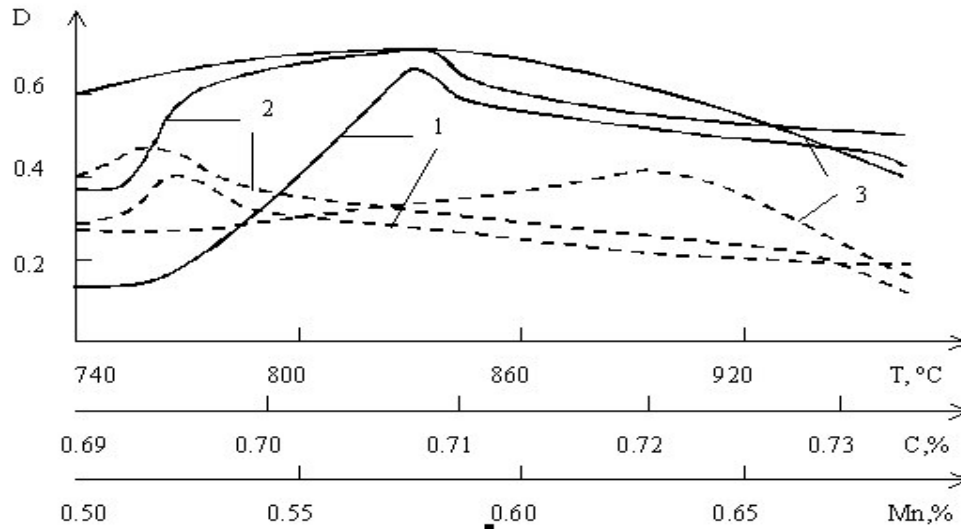
Dla rozwiązania zadania (21) użyto metody programowania nieliniowego. Przy tym znaleziono kilka ekstremów lokalnych, z których każdy znajdował się na górnej granicy dopuszczalnych wartości parametru ϵ . Ten fakt pozwala uprościć zadanie optymalizacji, podstawiając w wyrażenie (20) i (21) $\epsilon = \epsilon_{max}$, po czym zadanie zostało rozwiązane ponownie. W rezultacie porównania otrzymanych ekstremów lokalnych wybrano najlepsze spośród nich, dostarczające wartość kryterium globalnego D równą 0.642. Rezultaty zadania

optymalizacji, przedstawione w tabelicy 1 świadczą o wysokiej spójności stopni spełnienia najważniejszych kryteriów lokalnych i ich względnej ważności (rang).

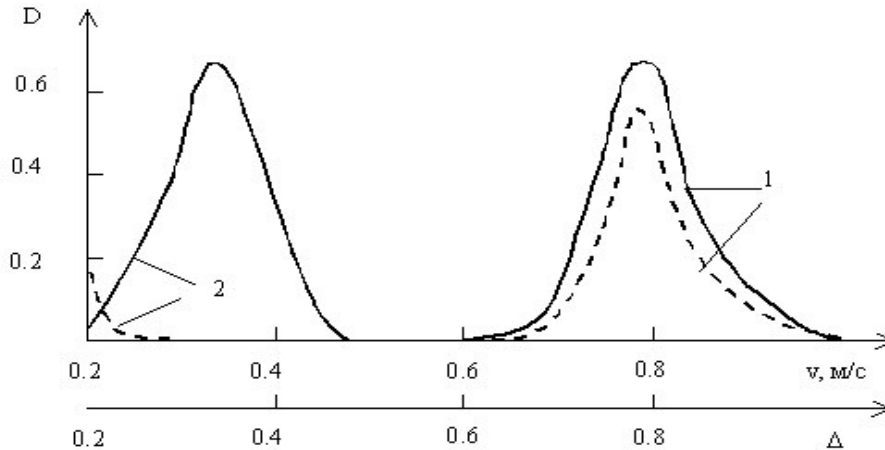
Tablica 1. Wartości kryteriów lokalnych μ i ich rang α w punkcie optimum

Kryteria	α	μ
σ_8	2.64	1.00
δ	1.65	0.76
ψ	1.00	0.76
θ	0.69	0.73
d	0.45	0.37
C	0.32	0.76
Mn	0.25	0.78

Porównanie zależności kryterium globalnego od parametrów technologicznych w otoczeniu punktu optimum i w pobliżu centrum planu eksperymentu biernego, kiedy wszystkie parametry znajdują się w centrach przedziałów ich dopuszczalnych wartości, przedstawiono na rysunkach 9 i 10. Poniższe rysunki świadczą o wysokiej efektywności używania optymalizacji wielokryterialnej dla zwiększenia jakości produkcji. Warto zauważyć niewielką zależność D w otoczeniu optimum od koncentracji C i Mn w zakresie ich możliwych wartości oraz szerokiego zakresu wartości T w którym kryterium globalne D także nieznacznie zmienia się i jest bliski jego wartości maksymalnej.



Rysunek 9. Wpływ zmian parametrów technologicznych na kryterium globalne: 1 - $D(T)$, 2 - $D(C)$, 3 - $D(Mn)$. (Linie ciągłe są otoczeniem optimum, przerywane - otoczenie centrum planu.)



Rysunek 10. Wpływ zmian parametrów v , Δ na kryterium globalne: 1 - $D(v)$, 2 - $D(\Delta)$.
(Linie ciągłe są otoczeniem optimum, przerywane - otoczenie centrum planu.)

Otrzymane rezultaty pozwalają wywnioskować, że w naturalnych warunkach produkcyjnych największy wpływ na uogólnioną jakość produkcji mają parametry v (prędkość ruchu drutu na transporterze) oraz Δ (stopień ochłodzenia). Ich wartości mogą być stabilizowane i utrzymywane w zakresie optimum z wysoką dokładnością za pomocą znajdującej się na tym odcinku linii technologicznej systemu sterowania automatycznego.

4. ROZMYTA OPTYMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA PROCESU NAGRZEWANIA STALI W PIECU PRZEJŚCIOWYM

Rozwój hutnictwa powiązany jest ze stałym udoskonaleniem istniejących procesów technologicznych. Jednym z problemów w tej dziedzinie jest optymalizacja procesu nagrzewu piecowego stali, tzn. poszukiwaniu takich reżimów temperaturowych, które umożliwiłyby w sposób optymalny zbliżyć stan metalu do warunków walcowania przy minimalnych stratach energii i materiałów. W tym celu opracowaliśmy (Malewicz i in., 1989) metodykę rozstrzygnięcia zadania optymalizacji procesu nagrzewania sztab stalowych o wymiarach w przekroju 300x400 mm w piecu z belkami kroczącymi. Nagrzewanie metalu zrealizowano przy użyciu palników na gaz ziemny.

Model matematyczny procesu nagrzewania sztab stalowych zawiera:

- równanie nieustalonego przepływu ciepła w postaci:

$$\rho(T)c(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (22)$$

$$-h_1 \leq x \leq h_1, \quad -h_2 \leq y \leq h_2, \quad \tau \geq 0,$$

gdzie $\lambda(T)$ - współczynnik przewodności ciepła; $c(T)$ - współczynnik ciepła właściwego; $\rho(T)$ - gęstość; h_1 , h_2 - połowa szerokości i połowa wysokości sztaby,

- warunki brzegowe:

$$\begin{aligned}
\lambda(T) \frac{\partial T(h_1, y, \tau)}{\partial x} &= \frac{\sigma}{10^8} [T_p^4 - T^4(h_1, y, \tau)] + \alpha(T_p - T(h_1, y, \tau)), \\
\lambda(T) \frac{\partial T(x, h_2, \tau)}{\partial y} &= \frac{\sigma}{10^8} [T_p^4 - T^4(x, h_2, \tau)] + \alpha(T_p - T(x, h_2, \tau)), \\
\frac{\partial T(0, y, \tau)}{\partial x} &= \frac{\partial T(x, 0, \tau)}{\partial y} = 0,
\end{aligned} \tag{23}$$

gdzie T_p – temperatura gazu w piecu; α - współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem; σ - współczynnik promieniowania;

warunki początkowe:

$$T(x, y, 0) = f(x, y); \tag{24}$$

bieżąca grubość zgorzeliny:

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{(\exp(-10125/T(\tau) + 7.25))^2}{2\delta}; \tag{25}$$

model procesów deformacji cieplnej zbudowany na podstawie teorii prądu przy umocnieniu izotropowym z warunkiem płynności Mizesu, opracowany przez Birgera (1975):

$$\Delta\sigma_{ij,j} = 0, \tag{26}$$

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon_{ij}^e + \Delta\varepsilon_{ij}^p + \Delta\varepsilon_{ij}^c + \delta_{ij} \Delta\varepsilon^T, \tag{27}$$

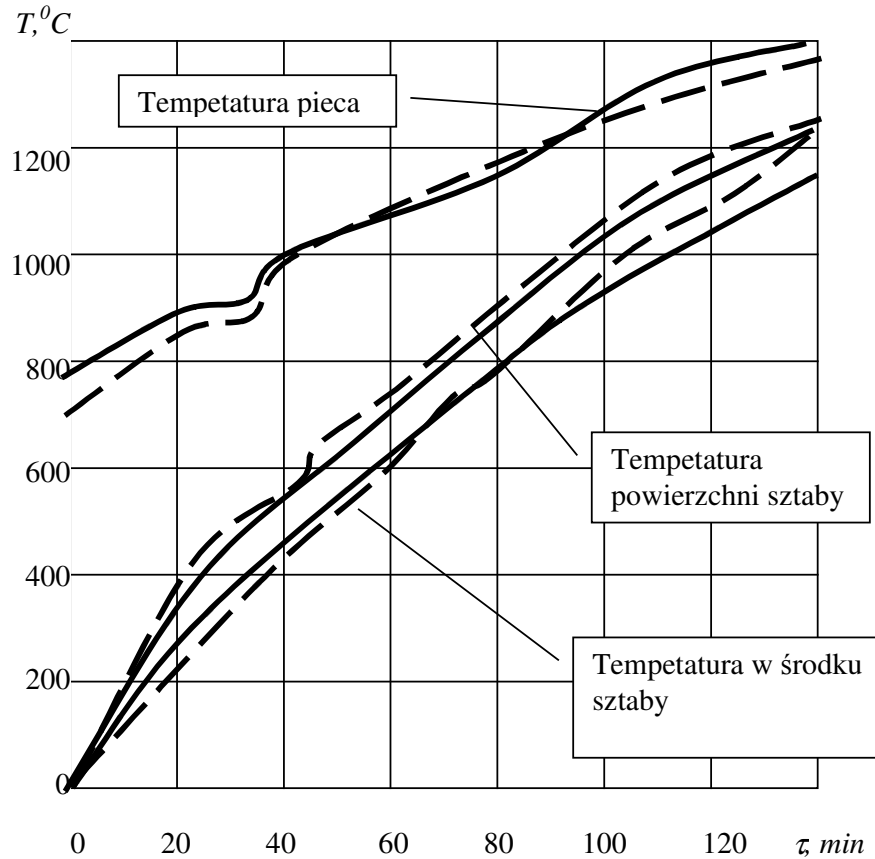
$$-\Delta\varepsilon_{ki,jl} + \Delta\varepsilon_{kj,il} + \Delta\varepsilon_{li,jk} - \Delta\varepsilon_{lj,ik} = 0, \tag{28}$$

$$\Delta\sigma_{ij} m_i = \Delta f_i, \quad \Delta u_i = \Delta u_i^m, \tag{29}$$

gdzie $\Delta\sigma_{ij}$ - tensor przyrostów naprężenia; $\Delta\varepsilon_{ij}$ - tensor przyrostów odkształceń; indeksy e, p, c, t – oznaczają odpowiednio sprężyste, plastyczne, lepkie i termiczne odkształcenia.

Wzór dla bieżącej grubości zgorzeliny (25) został opracowany na podstawie badań, przeprowadzonych przez Steblowa i in. (1991) z uwzględnieniem pracy Kazancewa (1975).

Warunki brzegowe (23) zawierają niepewny parametr σ - współczynnik promieniowania, identyfikowany przez eksperyment (rysunek 11).

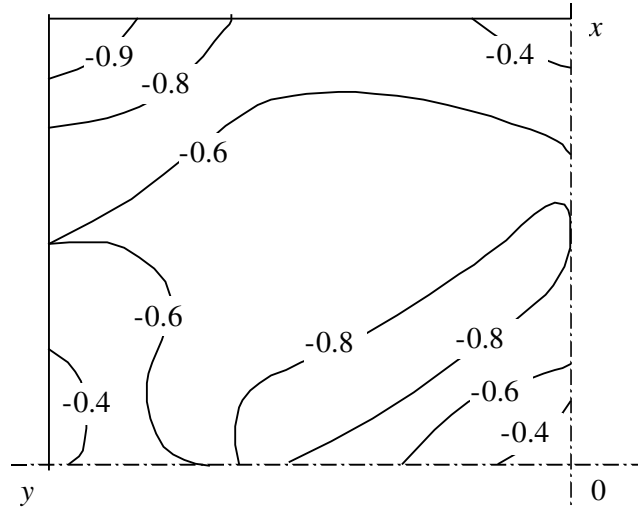


Rysunek 11. Wyniki identyfikacji parametrycznej modelu matematycznego procesu nagrzewania sztab stalowych w eksperymencie. (Linie ciągłe – model, przerywane – eksperyment.)

W wyniku porównywania temperatur sztaby i pieca, otrzymanych z modelu (22)-(24) z danymi eksperymentu przemysłowego zidentyfikowaliśmy odpowiednią wartość współczynnika promieniowania σ , która wyniosła 1.7 do 1.9 ($Wt/(m^2K)$) w przestrzeni pieca.

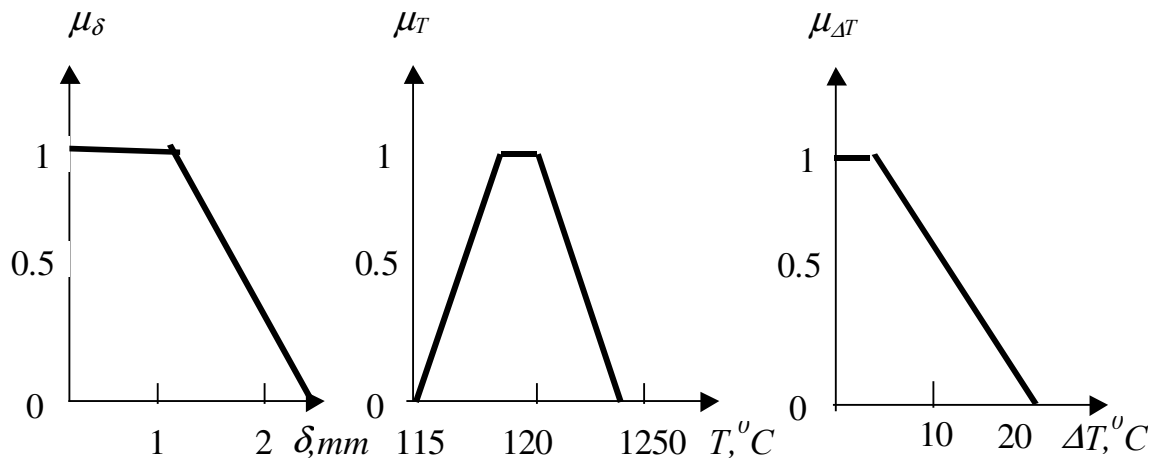
Zadanie (22)-(24) rozwiązywano metodą różnic skończonych, natomiast zadanie (26)-(29) rozwiązuje się metodą elementów skończonych.

W celu oceny górnej granicy naprężeń chwilowych w sztabie symulowano według modelu (22)-(29) procesy cieplne oraz deformacje cieplne w sztabie w reżymie nagrzewania przyspieszonego. Dla oceny stopnia zagrożenia powstania pęknięć na powierzchni i wewnątrz sztaby wykorzystywano kryterium K_σ , według którego pęknięcia powstają, gdy intensywność naprężeń σ_i w badanym punkcie ciała przekracza znaną z eksperymentu wartość krytyczną σ_T , zależną od temperatury. Przynajmniej jedna ze składowych naprężeń przy tym ma być rozciągająca. W tym celu oszacowano współczynnik stanu naprężenia K_σ : $K_\sigma = (\sigma_i - \sigma_T(T)) / \sigma_T(T)$. Jasne, że niebezpieczeństwo powstania pęknięć wzrasta razem ze wzrostem K_σ , szczególnie przy $K_\sigma > 0$. Oszacowane dla reżymu nagrzewania przyspieszonego wartości K_σ udowodniły, że naprężenia rozciągające, powstające w sztabie w procesie nagrzewania, nie przekraczają wartości krytycznych (rysunek 12). Z punktu widzenia zagadnienia optymalizacji otrzymany rezultat daje możliwość nie rozpatrywania współczynnika stanu naprężenia K_σ w postaci kryterium lokalnego jakości procesu.



Rysunek 12. Pole współczynnika stanu naprężenia K_{σ} .

W wyniku przeprowadzonych wstępnych badań, jakość procesu nagrzewania sztab oszacowana została według trzech następujących kryteriów lokalnych: minimalizacja warstwy zgorzeliny δ , dokładność nagrzewania T , gdzie T – temperatura powierzchni sztaby, oraz minimalizacja maksymalnej różnicy między temperaturami w środku i na powierzchni sztaby w momencie wyładowania - ΔT . Funkcję użyteczności kryteriów jakości przedstawiono na rysunku .13.



Rysunek 13. Funkcje użyteczności kryteriów jakości nagrzewania sztab.

Sterującymi parametrami technologicznymi są: temperatura w pierwszej strefy piecy (T_1) i temperatura w drugiej strefy piecy (T_2).

Ponieważ wykorzystanie dla rozwiązywania zadania optymalizacji modelu (22)-(25), stworzonego na podstawie równania przewodnictwa cieplnego Fouriera, potrzebuje zbyt dużych nakładów czasu pracy komputera, zastosowano tzw. podejście dwuetapowe. Przeprowadzono dwie serie eksperymentów numerycznych na modelu matematycznym (22)-(25) z wykorzystaniem metod planowania eksperymentu. Rozpatrywano reżimy nagrzewania

przy temperaturach początkowych sztab $T_0=20\div 400$ °C (ładowanie na zimno) i $T_0=550\div 700$ °C (ładowanie na gorąco) oraz przy wydajności pieca $P=60$ t/godz i $P=80$ t/godz. Wyniki eksperymentu obrabiano według metody, opracowanej przez Sevastianov i Tumanov (1990), która wykorzystując idee analizy regresyjnej umożliwia otrzymanie modeli nieliniowych. Dla ładowania zimnego otrzymane w ten sposób wzory wyglądają następująco:

$$\begin{aligned} \delta = & 1.7 - 1.73 \cdot 10^{-2} x_4 + 4.1 \cdot 10^{-3} x_2 + 3 \cdot 10^{-3} x_1 + 2 \cdot 10^{-4} x_4^2 - 3.66 \cdot 10^{-5} x_2 x_4 - \\ & - 2.687 \cdot 10^{-5} x_1 x_4 + 7.736 \cdot 10^{-6} x_1^2 + 7.387 \cdot 10^{-6} x_2^2 - 1.2 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 - \\ & - 2.1 \cdot 10^{-7} x_2 x_3 + 3.12 \cdot 10^{-6} x_3 + 8.71 \cdot 10^{-8} x_1 x_3 + 1.43 \cdot 10^{-7} x_3 x_4. \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} T = & 1205 + 0.265 x_2 - 0.37 x_4 - 1.177 \cdot 10^{-2} x_4^2 + 5.75 \cdot 10^{-2} x_1 + 2.5 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 + \\ & + 2.2 \cdot 10^{-3} x_2 x_4 + 5 x_3 + 3.1 \cdot 10^{-4} x_3 x_4 - 6.2 \cdot 10^{-5} x_1^2 - 4.8 \cdot 10^{-6} x_3^2 - \\ & - 9.1 \cdot 10^{-5} x_1 x_2 - 1.1 \cdot 10^{-5} x_1 x_3 + 5.4 \cdot 10^{-5} x_2^2. \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Delta T = & 9.87 - 1.17 \cdot 10^{-2} x_2 x_4 + 2.9 \cdot 10^{-3} x_4^3 - 3 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 - 3.24 \cdot 10^{-6} x_1^2 x_3 + \\ & + 1.58 \cdot 10^{-3} x_1 x_2 - 1.7 \cdot 10^{-4} x_1 x_4^2 + 6.3 \cdot 10^{-5} x_1 x_2 x_4 - 4.3 \cdot 10^{-4} x_3 x_4 + \\ & + 8.66 \cdot 10^{-5} x_2^3 - 3.9 \cdot 10^{-4} x_2 x_4^2 - 1.06 x_4 + 6.27 \cdot 10^{-5} x_2^2 x_4 - 1.2 \cdot 10^{-5} x_3 x_4^2 + \\ & + 2 \cdot 10^{-5} x_1 x_2^2 + 7.88 \cdot 10^{-6} x_2 x_3 x_4 + 5.5 \cdot 10^{-5} x_1 x_3 + 3.75 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 x_3 + \\ & + 1.16 \cdot 10^{-4} x_2 x_3 + 2.94 \cdot 10^{-4} x_1^2. \end{aligned} \quad (32)$$

gdzie $x_1 = T_1 - 1195$; $x_2 = T_2 - 1235$; $x_3 = T_0 - 217.3$; $x_4 = P - 59.6$.

Ponieważ zależności regresyjne nieliniowe (30)-(32) zapewniają dokładności wyliczeń T , większych niż 99% oraz dokładności wyliczeń δ i ΔT , większych niż 95%, przy rozwiązywaniu zadania optymalizacji zamiast modeli (22)-(24) stało się możliwe wykorzystanie modeli (30)-(32).

Globalne kryterium jakości procesu przedstawiono w formie (33):

$$D(P, T_o, T_1, T_2) = \min(\mu_\delta^{\alpha_1}(\delta(P, \dots, T_2)), \mu_T^{\alpha_2}(T(P, \dots, T_2)), \mu_{\Delta T}^{\alpha_3}(\Delta T(P, \dots, T_2))). \quad (33)$$

Ilościowe oceny rang, otrzymane na podstawie macierzy parzystych lingwistycznych porównań ważności lokalnych kryteriów i ograniczeń zgodnie z metodą (Chu, Kalaba, Springarn, 1979), są następujące: $\alpha_1=0.227$, $\alpha_2=1.433$, $\alpha_3=1.34$.

Dla każdych sztywno ustalonych przez technologów par P^* i T_0^* rozwiązywaniem zadania optymalizacji były wartości T_1 i T_2 , wyliczone według wzoru (34):

$$(T_1, T_2)_{opt} = \max_{T_1, T_2} (D(P^*, T^*, T_1, T_2)) \quad (34)$$

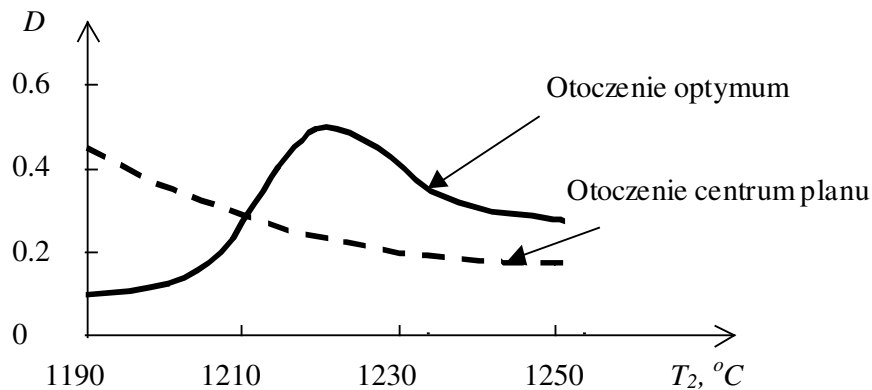
Dla rozwiązywania zadania optymalizacji (34) użyto metody krokowej aproksymacji kwadratowej, opracowanej przez Sevastianov i Tumanov (1990).

W tablicy 2 przedstawiono rezultaty zadania optymalizacji przy logowaniu zimnym.

Tablica 2. Rezultaty zadania optymalizacji

P , t/godz	T_0 , °C	T_1 , °C	T_2 , °C	δ , mm	T , °C	ΔT , °C	μ_δ	μ_T	$\mu_{\Delta T}$	D
60	100	1194	1242	1.33	1206	9.41	0.91	0.85	0.56	0.46
	200	1134	1257	1.46	1207	9.29	0.82	0.82	0.56	0.46
	300	976	1249	1.63	1193	1.64	0.69	1	0.97	0.46
	400	1011	1221	1.71	1189	1.22	0.63	0.99	0.99	0.48
80	100	1245	1260	1.34	1204	4.44	0.90	0.89	0.82	0.98
	200	1299	1236	1.39	1203	2.63	0.85	0.92	0.91	0.92
	300	1076	1275	1.76	1193	1.45	0.59	1	0.48	0.47
	400	1072	1262	1.66	1189	0.62	0.67	0.98	1	0.76

Można zauważyć, że zależność wartości optymalnych T_1 i T_2 od temperatury początkowej metalu T_0 nie jest monotoniczna. Na rysunku 14 przedstawiono porównanie zależności kryterium globalnego od jednego z parametrów sterujących T_2 w otoczeniu punktu optimum i w pobliżu centrum planu eksperymentu biernego, gdy drugi parametr sterujący T_1 znajduje się w centrum przedziału dopuszczalnej wartości, tzn. $T_1=1011$ °C, natomiast $P=60$ t/godz, $T_0 = 400$ °C.



Rysunek 14. Wpływ zmian parametrów technologicznych na kryterium globalny.

Jak widać z rysunku 14, używanie optymalizacji wielokryterialnej dało możliwość zwiększenia jakości procesu nagrzewania sztab (kryterium globalne D w punkcie optimum równe 0.48) w porównaniu z wartością kryterium globalnego, wyliczonym w centrum planu, równym 0.24, prawie dwa razy.

5. WNIOSKI

W chwili obecnej zagadnienia optymalizacji jakości wyrobów rozpatrywane są jako szczególny aspekt ogólnego problemu zagadnienia zarządzania jakością pracy zakładu tzn., uwzględniając jakość zarządzania zakładem jako całością. Przy tym coraz częściej powstają problemy oceny jakości finansowo-ekonomicznej i organizacyjnej działalności zakładów, na przykład, oceny jakości proponowanych kontraktów, inwestycji itd. W celu rozwiązywania podobnych problemów opracowaliśmy metodologię i odpowiednie oprogramowanie [], z powodzeniem wdrożone w zakładach Rosji i Białorusi.

LITERATURA

- Bellman R., Zadeh L.A., 1970, Decision making in fuzzy environment, *Management Science*, 17, 141-164.
- Birger I.A., И.А., Shorr B.F., 1975, Thermal assurance od machine components, *Machine-building*.(in Russian).
- Choi D.-Y., Oh K.-W., 2000, Asa and applikation to multi-criteria decosion making, *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 89-102.
- Chu A., Kalaba R., Springarn R., 1979, A Comparison of two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets, *J. of Optimization Theory and Applications*, 27, 4, 531-538.
- Dubois D., Koenig J.L., 1991, Social choice axioms for fuzzy sets aggregation, *Fuzzy Sets and Systems*, 43, 257-274.
- Dyckhoff H., 1985, Basic concepts for theory of evalution: hierarchical aggregation via autodistributive connectives in fuzzy sets theory, *European J. Operation Research*, 20, 221-233.
- Germejer J., 1971, Introduction in the theory of operational researches, *Science, Moscow*. (in Russian).
- Hauke W., 1999, Using Yager's t-norms for aggregation of fuzzy intervals, *Fuzzy Sets and Systems*, 101, 59-65.
- Kazancew E.I. 1975, Industrial furnaces, *Metallurgy, Moscow*.(in Russian).
- Maliewich J.A. , Sedjako D.G., Popkowich W.N. , Sevastjanov P.W., Dimowa L.G., 1989, Optimization of the stell heating process in a pusher furnace with moving cross-beams, *Energetics, Minsk*, 8, 86-91.(in Russian).
- Migdalas A., Pardalos P.M., 1996, Editorial: hierarchical and bilevel programming, *J. Global Optimization*, 8, 3, 209-215.
- Mitra G., 1988, Mathematical Models for Decision Support, *Springer, Berlin*.
- Roubens M, 1997, Fuzzy sets and decision analysis, *Fuzzy Sets and Systems*, 90, 199-206.
- Saaty T., 1977, A Scaling Method for Priorities in Hierarhical Structures, *J. of Mathematical Psychology*, 15, 3, 234-281.
- Shih H.-S., Lee E.S., 2000, Compensatory fuzzy multiple level decosion making, *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 71-87.
- Sevastianov P., Tumanov N., 1990, Multi-criteria identification and optimization of technological processes, *Science and Engineering, Minsk*. (In Russian).
- Steblow A.B., Djachenko J.W., Timofeew W.S., Timoshpolsky W.I. Dimowa L.,G., 1991, The theoretic and experimental studies of the relative processes of scaling and decarbonization in the heating of uninterruptedly-casted ingots in the pusher furnace, *Energetics, Minsk* , 6, 104-108. .(in Russian).

- Yager R., 1979, Multiple objektive decision-making using fuzzy sets, *Int. J. Man-Mach. Studf*, 9, 4, 375-382.
- Yager R.R., 1988, On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making, *IEEE Trans. System Man and Cybern*, 18, 1, 183-190.
- Zimmerman H.J., Zysno P., 1980, Latent connectives in human decision making, *Fuzzy Sets and Systems*, 4, 37-51.
- Zimmerman H.J., Zysno P., 1983, Decision and evaluations by hierarchical aggregation of information, *Fuzzy Sets and Systems*, 104, 243-260.